# Módulos de matemáticas

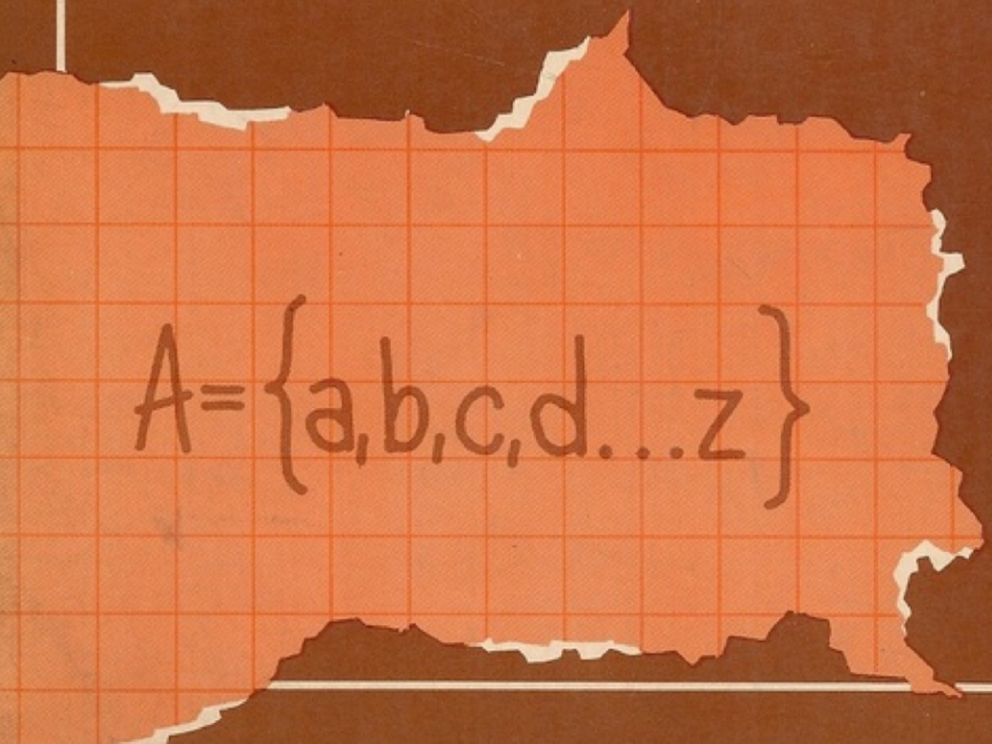
## Aprendizaje paso a paso

**Bloque 1**

Álgebra.
Estructuras y
operaciones

# Módulo 1
# CONJUNTOS

Conrado Flores García




trillas

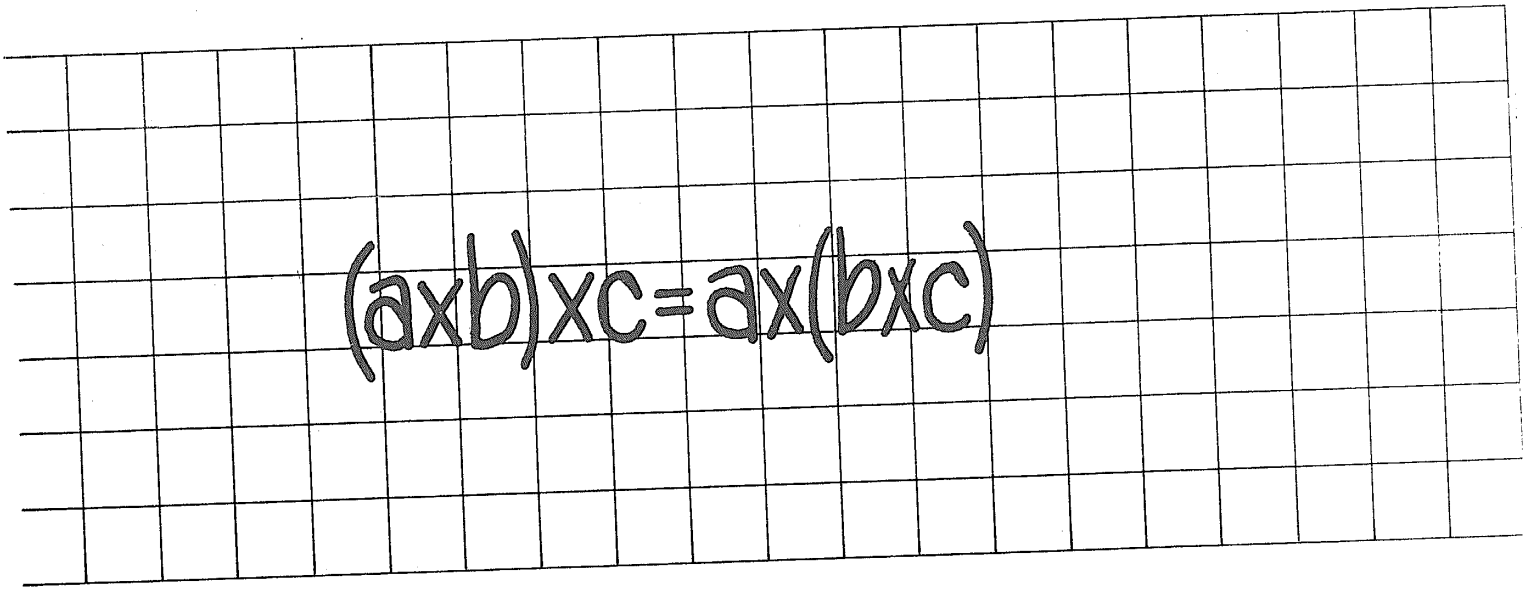
# CONJUNTOS

Obras que integran el bloque 1 *(Álgebra. Estructuras y operaciones)*

1. ***Conjuntos***
2. Estructuras matemáticas
3. El conjunto de los enteros
4. Operaciones con enteros
5. Lenguaje algebraico 1. Formación
6. Lenguaje algebraico 2. Transformación
7. Operaciones con polinomios 1. Suma, resta, multiplicación y división
8. Operaciones con polinomios 2. Productos notables
9. Operaciones con polinomios 3. Factorización
10. El conjunto de los racionales
11. Operaciones con expresiones racionales
12. El conjunto de los reales
13. Operaciones con expresiones reales
14. El conjunto de los complejos. Estructura y operaciones

ANUIES

Asociación Nacional
de Universidades e Institutos de
Enseñanza Superior



# Módulos de matemáticas

## Bloque 1

## Álgebra. Estructuras y operaciones

# Módulo 1

# CONJUNTOS

Conrado Flores García

EDITORIAL TRILLAS

México, Argentina, Colombia,
España, Puerto Rico, Venezuela

# PRESENTACIÓN

## Descripción general de la serie

Para la elaboración de los textos que componen la serie MÓDULOS DE MATEMÁTICAS se tomaron en cuenta los objetivos de los programas de estudio de un gran número de instituciones de enseñanza media superior.

La serie consta de 64 módulos didácticos agrupados en 8 bloques, a saber:

1. Álgebra. Estructuras y operaciones.
2. Álgebra. Modelos.
3. Nociones de lógica matemática.
4. Geometría euclidiana.
5. Trigonometría.
6. Geometría analítica.
7. Cálculo diferencial.
8. Cálculo integral.

Cada bloque se complementa con un compendio de la información contenida en los módulos didácticos que lo forman y al cual hemos dado el nombre de MEMO, ya que es una ayuda a la *memo*ria, al entusiasmo y al esfuerzo.

Por otra parte, cada módulo contiene una sucesión de cuadros de aprendizaje, los cuales están organizados en cierto número de submódulos (capítulos); en los que se presenta la información en orden creciente de complejidad. En atención a su fin, hemos designado a los cuadros con los nombres: *informativos, de pregunta* y *de respuesta.* Asimismo, se presentan cuadros complementarios para efectuar, si es necesario, ejercicios o prácticas adicionales.

## Sugerencias a los lectores

Los MÓDULOS DE MATEMÁTICAS están dirigidos a diferentes clases de lectores: los profesores de enseñanza media superior, los estudiantes inscritos en cursos escolarizados de este nivel, estudiantes autodidactas y, en general, personas que deseen actualizar sus conocimientos en este campo.

En lo que respecta a los profesores, éstos pueden usar los módulos como parte integrante de sus guiones de clase; para tal efecto, deben revisar el programa correspondiente y advertir en qué parte puede incorporarse tal o cual módulo, ya que los textos están basados en un gran número de programas y no en uno solo. Al seleccionar los módulos que correspondan al curso planeado, éste quedará dividido en tareas de aprendizaje. El dominio de cada módulo quedará determinado por la consecución de los objetivos específicos.

En relación con los estudiantes inscritos en cursos escolarizados, los MÓDULOS DE MATEMÁTICAS pueden servirles como material complementario y como una posibilidad de desarrollar los ejercicios que se revisan en el aula.

Los estudiantes autodidactas notarán que cada uno de los textos es un "escalón numerado" que debe seguirse con precisión para poder acceder al siguiente. Los cuadros informativos, los de pregunta y los de respuesta son las partes fundamentales de cada peldaño. En los cuadros informativos se presentan los aspectos que deben ser estudiados con sumo cuidado. Dichos cuadros se destacan con el símbolo ☞, el cual indica que se les debe prestar atención especial. Los cuadros de pregunta brindan el espacio suficiente para anotar la respuesta correspondiente, la cual puede ser verificada en los cuadros de respuesta que están situados justo al lado del cuadro de pregunta (para tal efecto, es conveniente tapar el cuadro de respuesta durante la elaboración de la misma, a fin de poder comprobar el resultado que se obtenga).

El alumno logrará el dominio de cada uno de los módulos mediante la consecución de los objetivos anotados al final de cada submódulo. Dichos objetivos indican lo que el estudiante debe ser capaz de hacer al terminar de examinar cada etapa: sólo si se han cumplido los objetivos deberá pasarse al siguiente módulo.

Respecto a las personas que quieren actualizar sus conocimientos en el campo de las matemáticas, es necesario que estudien los módulos desde el comienzo (a manera de repaso), ya que de esta manera se evitará que algún tema quede poco claro debido a la falta de conocimiento de aquellos que lo fundamentan. Para ello, se ha incluido una lista de prerrequisitos que deben cumplirse para poder entender determinados temas.

Cabe señalar que la mencionada lista de prerrequisitos, comprende aquellos puntos que son útiles para todos los tipos de lectores, pues se especifican los conocimientos que deben tenerse para poder comprender y asimilar mejor el contenido del módulo en cuestión.

Una última observación: las metas sólo se logran cuando el esfuerzo por alcanzarlas se fundamenta en el agrado, el entusiasmo y la motivación, en el caso de los alumnos, y en la planeación adecuada y la exposición convincente, en lo que respecta a los profesores.

CONRADO FLORES GARCÍA

## ÍNDICE DE CONTENIDO

*Presentación*

*Objetivos, esquema estructural y prerrequisitos*

1.1 Conjunto. Concepto y representación simbólica 9

1.2 Representación gráfica de conjuntos y relación de inclusión 36

1.3 Intersección de conjuntos 55

1.4 Unión de conjuntos 66

1.5 Diferencia de conjuntos 75

1.6 Diferencia simétrica o suma anillo de conjuntos 83

1.7 Complemento y conjunto inverso 87

1.8 Cardinalidad de conjuntos 95

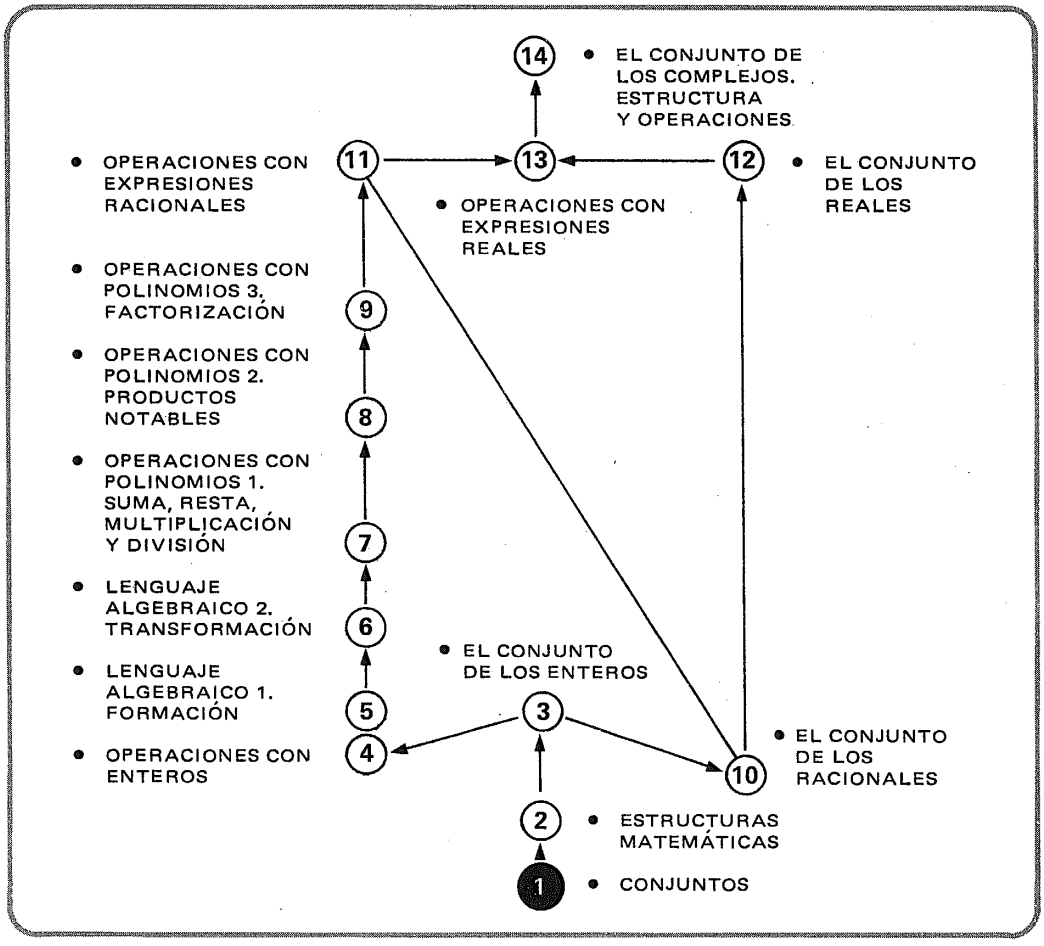
1.9 Temas adicionales de estudio 100

## OBJETIVOS, ESQUEMA ESTRUCTURAL Y PRERREQUISITOS

### Bloque 1. Álgebra. Estructuras y operaciones

*Objetivos*: establecer las estructuras matemáticas relacionadas con los números naturales, enteros, racionales, reales y complejos. Efectuar las cuatro operaciones binarias fundamentales y las operaciones monarias de potenciación y radicación con expresiones algebraicas pertenecientes a cada uno de los cinco conjuntos mencionados

*Esquema estructural del bloque 1*




### Módulo 1. Conjuntos

*Objetivos*: establecer los conceptos de conjunto y elemento, y efectuar operaciones de intersección, unión, diferencia y suma anillo de conjuntos

*Prerrequisitos*:

- Saber leer y escribir, y mucho entusiasmo

## 1.1

## Conjunto.
## Concepto y representación simbólica

1

Empezaremos con

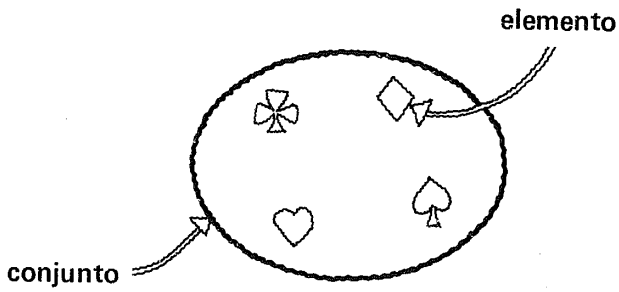
**dos términos**

que no vamos a intentar definir:

**conjunto**

y

**elemento**




2

Hablaremos de un **conjunto de elementos**

como
sinónimo de cierta **colección de objetos.**

3

Veamos algunas características
indicativas de los conjuntos:

4

Los **elementos** de un conjunto
deben estar **bien definidos.**
En otras palabras,
debe ser posible afirmar
si un elemento
**pertenece** o **no**
a un conjunto dado.

5

Ejemplos:

El conjunto de
- los meses del año
- las vocales del alfabeto español
- los números 2, 4, 6, 8
- un vaso, una cuchara y un helicóptero

6

Ejemplos de algunas colecciones de objetos que **no** serán consideradas matemáticamente como **conjuntos,** por no estar bien definidos sus elementos:

- Las tres mejores obras musicales
- Las 10 obras pictóricas más sobresalientes del renacimiento italiano
- Las dos asignaturas más importantes del curso
- Los seres mejor dotados

7

**No** hay restricción alguna en cuanto al **orden** en que los elementos de un conjunto sean enumerados.

Por ejemplo:

- **Verano, otoño, primavera** e **invierno** constituyen el **conjunto de las cuatro estaciones del año,** aunque sus elementos no estén enumerados en el orden habitual.
- **Lunes, martes, jueves, sábado, domingo, miércoles y viernes** constituyen el **conjunto de los días de la semana** independientemente del orden en que están enumerados.

8

**No** hay **restricción** alguna en cuanto al **número de elementos** que integren un conjunto.

Puede haber conjuntos con un número **finito** de elementos.

Ejemplos:

- el conjunto de los meses del año
- el conjunto de los días de la semana

9

Puede haber conjuntos formados por

**un elemento.**

A éstos les llamaremos

**conjuntos unitarios.**

Ejemplos:

- el conjunto de los meses que tengan menos de 30 días
- el conjunto de los días cuyo nombre empiece con la letra V

10

Es posible hablar también, de

**conjuntos sin elementos.**

A un conjunto sin elementos le llamaremos

**conjunto vacío.**

Ejemplos:

- el conjunto de los meses que tengan más de 31 días
- el conjunto de los días cuyo nombre comience con la letra Y

11

Asimismo, hay conjuntos con un número

**infinito** de elementos; se les denomina

**conjuntos infinitos.**

Ejemplo:

- el conjunto de los números que utilizamos para contar

12

Atención

No hay que confundir

un

**conjunto infinito**

con un

conjunto compuesto por un número muy grande pero **finito** de elementos

por ejemplo:

- el conjunto de los números enteros

como:

- el conjunto de los granos de arena que hay en el mar

13

Representación simbólica de los conjuntos

14

Símbolos convencionales que utilizaremos para la representación de **conjuntos:**

A, B, C, . . . Z

Símbolos convencionales que usaremos para la representación de los **elementos** de un conjunto:

a, b, c, . . . z

15

Una forma de representación generalmente aceptada:

indicación de los elementos, entre comas.

A = { }

16

Un conjunto se puede definir
de dos maneras:

1. **Por extensión o enumeración de sus elementos.**

Ejemplo:

**S = {lunes, martes, miércoles, jueves, viernes, sábado, domingo}**

17

2. **Por comprensión o descripción.**

Ejemplo:

**S = {los días de la semana}**

frase descriptiva

18

Un símbolo de **conjunto vacío:** $\phi$

19

Otra manera de simbolizar
un **conjunto vacío:** $\{\ \}$

20

El símbolo

$\in$

se lee:

"pertenece a",
"es un elemento de,"
o "está en".

21

**Lunes** $\in$ {**los días de la semana**}

se lee:

Lunes
**pertenece al**
conjunto de los días
de la semana.

Lunes
**es un elemento del**
conjunto de los días
de la semana.

O bien:

Lunes
**está en**
el conjunto de los días
de la semana.

22

$\clubsuit \in \{\clubsuit, \diamondsuit, \spadesuit, \heartsuit\}$

se lee

el trébol

pertenece a,
es un elemento de,
o
está en

el conjunto de los
cuatro palos de la
baraja francesa

**1.1.1.1**

Práctica adicional,
si
se considera necesario.

23

El símbolo

$=$

tal como estamos acostumbrados a usarlo, se lee:

_____

es igual a

24

El símbolo

$\neq$

se lee:

_____

no es igual a
o
es diferente de

25

El símbolo

$>$

se lee:

_____

es mayor que

26

El símbolo

$\not>$

se lee:

_____

no es mayor que

27

El símbolo

$<$

se lee:

_____

es menor que

28

El símbolo

$\not<$

se lee:

_____

no es menor que

29

El símbolo

$\in$

se lee:

_____

pertenece a
o
es un elemento de
o
está en

30

El símbolo

$\notin$

se deberá leer así:

_____

no pertenece a
o
no es un elemento de
o
no está en

31

La expresión

$c \in \{a, b, c\}$

puede leerse así:

_____

Por ejemplo:

c

pertenece a
o
es un elemento de
o
está en
el conjunto de las tres
primeras letras del
alfabeto español

32

$e \notin \{a, b, c\}$

se lee:

e

no pertenece a
o
no es un elemento de
o
no está en
el conjunto de las tres primeras letras del alfabeto español

33

Las expresiones:

P = {los planetas del sistema solar}
A = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}
V = {a, e, i, o, u}
C = {las consonantes del alfabeto español}

se leen:

- P es igual al conjunto de los **planetas** del sistema solar.
- A es igual al conjunto de los primeros once números **naturales.**
- V es igual al conjunto de las **vocales** del alfabeto español.
- C es igual al conjunto de las **consonantes** del alfabeto español

1.1.1.2

Práctica adicional,
si
se considera necesario.

34

Sean los siguientes conjuntos:

P = {los planetas del sistema solar}

A = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}

V = {a, e, i, o, u}

C = {Las consonantes del alfabeto español}

¿Cuáles están definidos por extensión?

A y V

35

P = {los planetas del sistema solar}

A = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}

V = {a, e, i, o, u}

C = {las consonantes del alfabeto español}

Los conjuntos P y C
están definidos por

comprensión o
descripción

36

A través de una expresión de la forma

$x \in X$ (o $x \notin X$)

en que
x representa a un elemento
y
X representa un conjunto
podemos afirmar algo que puede ser
**verdadero** o **falso.**

37

P = {los planetas del sistema solar}

A = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}

V = {a, e, i, o, u}

C = {las consonantes del alfabeto español}

Por ejemplo:

$a \in A$

¿es verdadero (V) o falso (F)?

F

38

P = {los planetas del sistema solar}

A = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}

V = {a, e, i, o, u}

C = {las consonantes del alfabeto español}

$e \in V$ V/F

V

39

P = {los planetas del sistema solar}

A = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}

V = {a, e, i, o, u}

C = {las consonantes del alfabeto español}

$6 \notin A$ V/F

F

40

P = {los planetas del sistema solar}

A = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}

V = {a, e, i, o, u}

C = {las consonantes del alfabeto español}

b ∉ V V/F

V

41

P = {los planetas del sistema solar}

A = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}

V = {a, e, i, o, u}

C = {las consonantes del alfabeto español}

Júpiter ∈ P V/F

V

**1.1.1.3**

Práctica adicional,
si
se considera necesario.

42

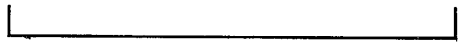
En algunos casos resulta impráctico o imposible

**enumerar todos los elementos**

de un conjunto.
En estos casos se usarán **puntos suspensivos,**
como en el siguiente ejemplo:

$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4 \ldots\}$

que deberá leerse:



$\mathbb{N}$
es igual
al conjunto
de (todos)
los
números
naturales.

43

$A = \{a, b, c, \ldots z\}$

se
podría leer:

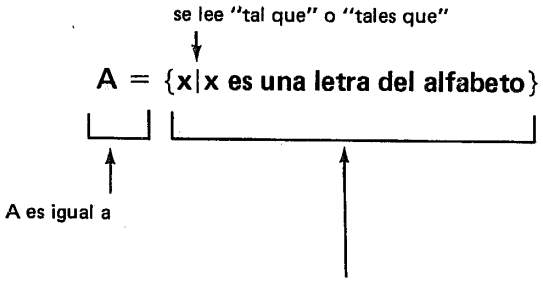
A
es igual
al conjunto
de (todas)
las
letras
del
alfabeto
español.

44

Veamos, ahora, una forma de representación
simbólica para los conjuntos definidos por comprensión.

45

Ejemplo:




El conjunto de *todos los elementos x* (todas las x) tales que x es una letra del alfabeto.

46

A este tipo de representación simbólica le llamaremos

**notación descriptiva.**

47

Tenemos tres formas de representar simbólicamente un mismo conjunto.

1. Por extensión o enumeración de los elementos:

   $A = \{a, b, c, \ldots z\}$

2. Por comprensión, usando una **frase descriptiva:**

   $A = \{$las letras del alfabeto$\}$

3. Por comprensión, usando la **notación descriptiva:**

   $A = \{x | x$ es una letra del alfabeto$\}$

48

$\mathbb{N} = \{x | x$ **es un número natural**$\}$

se lee:

$\mathbb{N}$ es igual
al
conjunto de todas las x,
tales que,
x es un número natural

49

$A = \{x | x$ **es un palo de la baraja francesa**$\}$

se lee:

**A**
es igual al
conjunto de todas las x
tales que
x
es un palo de la
baraja francesa

50

$A = \{x | x \in \mathbb{N}$ y x es par$\}$

siendo $\mathbb{N} = \{x | x$ es un número natural$\}$

se lee:

**A**
es igual al
conjunto de todas las x
tales que
x es un número natural
(o x está en $\mathbb{N}$)
y
x es par

51

$B = \{x | x \in \mathbb{N} \text{ y } x < 10\}$

se lee:

B
es igual al
conjunto
de todas las x
tales que
x es un número natural
(está en $\mathbb{N}$)
y
x es menor que 10

52

$\geqslant$

se lee:

es mayor o igual que

53

$\leqslant$

se lee:

es menor o igual que

54

$C = \{x | x \in \mathbb{N} \text{ y } x \geqslant 5\}$

se lee:

C
es igual al
conjunto de todas las x
tales que
x es un número natural
(x está en $\mathbb{N}$)
y
x es mayor o igual que 5

55

Representar el conjunto

$\mathbb{N} =$ {x|x es un número natural}

por extensión o enumeración de sus elementos.

$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3 \ldots\}$

56

Representar el conjunto

A = {x|x es un palo de la baraja francesa}

por extensión o enumeración de sus elementos.

A = {♣, ◇, ♠, ♡}
o bien:
A = {trébol, diamante,
espada, corazón}

57

Representar el conjunto

$A = \{x | x \in \mathbb{N} \text{ y } x \text{ es par}\}$

por extensión o enumeración de sus elementos.

$A = \{0, 2, 4, 6, 8 \ldots\}$

Consideramos al cero como número par, puesto que

$2 \cdot 0 = 0$

58

Representar el conjunto

$B = \{x | x \in \mathbb{N} \text{ y } x < 10\}$

por extensión o enumeración de sus elementos.

$B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

Observar con atención que en $x < 10$ no se incluye al 10.

59

Representar el conjunto

$C = \{x | x \in \mathbb{N} \text{ y } x \geqslant 5\}$

por extensión o enumeración de sus elementos.

$C = \{5, 6, 7, 8, 9, \ldots\}$

☞ En $x \geqslant 5$

Sí se incluye al 5.

**1.1.1.4**

Práctica adicional,
si
se considera necesario.

60

Tenemos este conjunto:

$E = \{$**primavera, verano, otoño, invierno**$\}$

Expresémoslo mediante la notación descriptiva.

$E = \{x | x$ es una estación del año$\}$

61

$\mathbb{N} = \{$ **0, 1, 2, 3 ...** $\}$

Expresar este conjunto mediante la notación descriptiva.

$\mathbb{N} = \{x | x$ es un número natural$\}$

62

$A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$

Reescribamos este conjunto, utilizando la notación descriptiva, y el conjunto $\mathbb{N}$ como referencia.

$A = \{x | x \in \mathbb{N} \text{ y } x \leqslant 4\}$

o

$A = \{x | x \in \mathbb{N} \text{ y } x < 5\}$

63

$B = \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

Expresar este conjunto utilizando la notación descriptiva y el conjunto $\mathbb{N}$ como referencia.

Respuesta en el cuadro siguiente

Observemos con atención estas formas de representación.

$B = \{x | x \in \mathbb{N} \text{ y } 3 \leqslant x \leqslant 10\}$

o bien

$B = \{x | x \in \mathbb{N} \text{ y } 2 < x < 11\}$

64

$C = \{5, 6, 7\}$

Representemos
este conjunto,
utilizando la notación
descriptiva, y el conjunto $\mathbb{N}$ como
referencia.

$C=\{x|x \in \mathbb{N} \text{ y } 5 \leqslant x \leqslant 7\}$
o bien:
$C=\{x|x \in \mathbb{N} \text{ y } 4 < x < 8\}$

65

$D = \{24, 25, 26\}$

Expresar este conjunto, utilizando
la notación descriptiva y el conjunto $\mathbb{N}$

$D=\{x|x \in \mathbb{N} \text{ y } 24 \leqslant x \leqslant 26\}$
o bien:
$D=\{x|x \in \mathbb{N} \text{ y } 23 < x < 27\}$

66

$F = \{0\}$

Expresar este conjunto, utilizando
la notación descriptiva y el conjunto $\mathbb{N}$

$F = \{x|x \in \mathbb{N} \text{ y } x = 0\}$
o bien:
$F = \{x|x \in \mathbb{N} \text{ y } x < 1\}$

67

Observemos con atención estas dos expresiones:

$\{0\} \neq \phi$

$\{\ \} = \phi$

68

Atención.

Tomemos nota de la diferencia entre:

5 y $\{5\}$

el elemento 5

el conjunto unitario cuyo único elemento es el 5

69

$5 \in \{5\}$ V/F

V

70

$0 \in \mathbb{N}$ V/F

cero

$\mathbb{N} = \{x \mid x \text{ es un número natural}\}$

V

71

$0 \in \phi$ V/F

cero

El conjunto vacío no tiene elementos.

F

72

$G = \{x \mid x \in \mathbb{N} \text{ y } x < 0\}$

Representemos este conjunto, por extensión.

$G = \phi$

No existe un número natural menor que cero.

73

$H = \{x | x \in \mathbb{N} \text{ y } x \neq 0\}$

Expresar por extensión o enumeración de sus elementos.

$H = \{1, 2, 3, 4 \ldots\}$

**1.1.1.5**

Práctica adicional,
si
se considera necesario.

**1.1.1**

En este punto, el alumno debe ser capaz de:

- *representar* conjuntos por enumeración de sus elementos
  o
  por comprensión, utilizando la notación descriptiva;
- *usar* correctamente los símbolos $\in$ y $\notin$.

1.2

## Representación gráfica de conjuntos y relación de inclusión

74

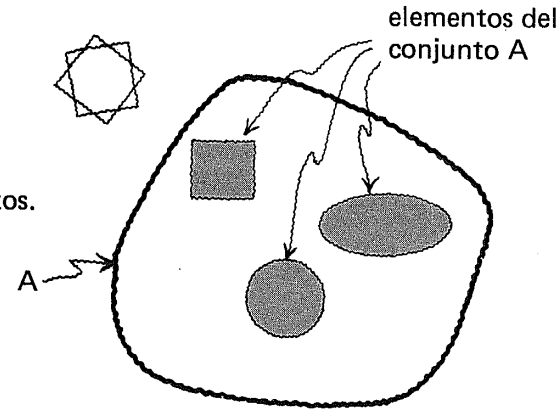
He aquí
una forma

**gráfica**

de
representar conjuntos.

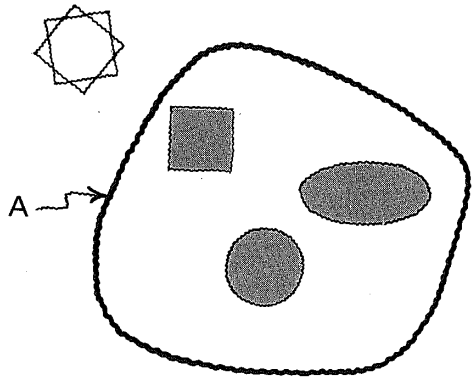
Se llama

Diagrama
de
Venn-Euler.




75

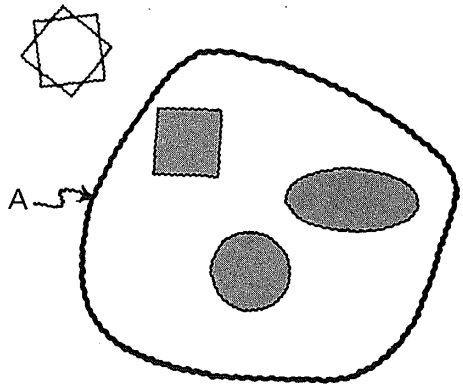
El conjunto A
está
bien definido,
puesto que
es posible
afirmar
si un determinado
elemento
está
o
no
en él



76

Por ejemplo:

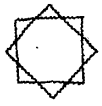
$\in$ A

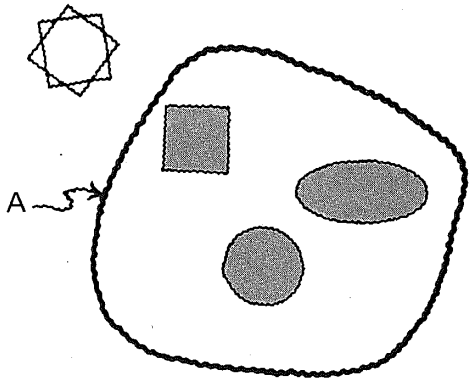



V/F

V

77

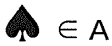
 $\in$ A

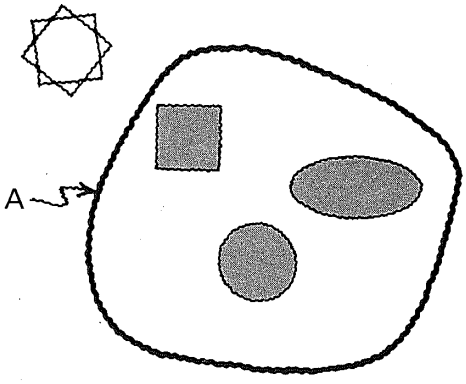



V/F

F

78

 $\in$ A




V / F

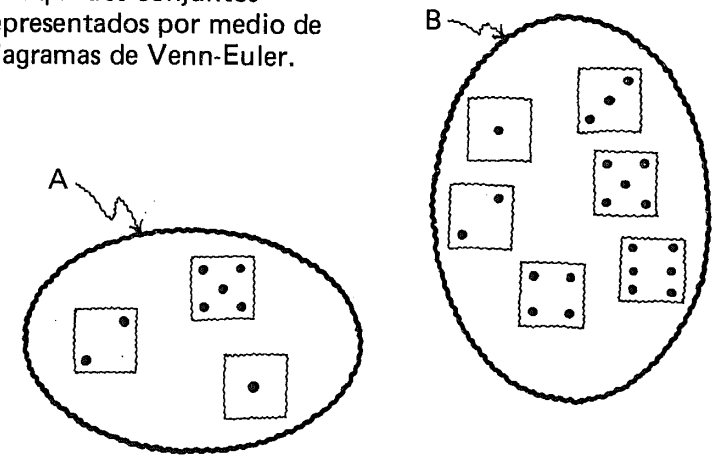
F

**1.1.2.1**

Práctica adicional,
si
se considera necesario.

79

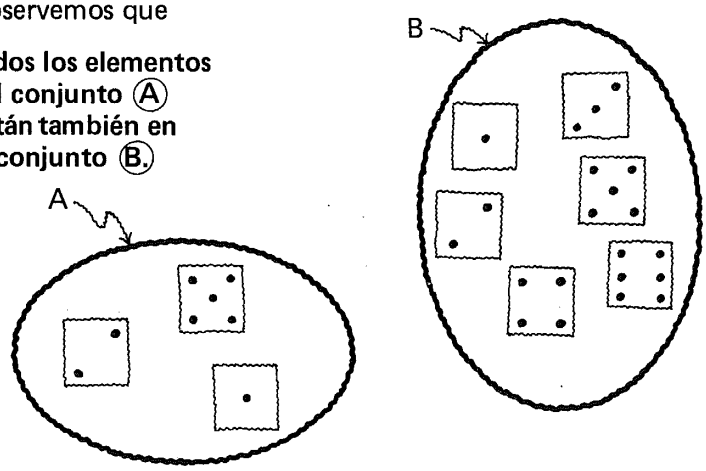
He aquí dos conjuntos representados por medio de diagramas de Venn-Euler.




80

Observemos que

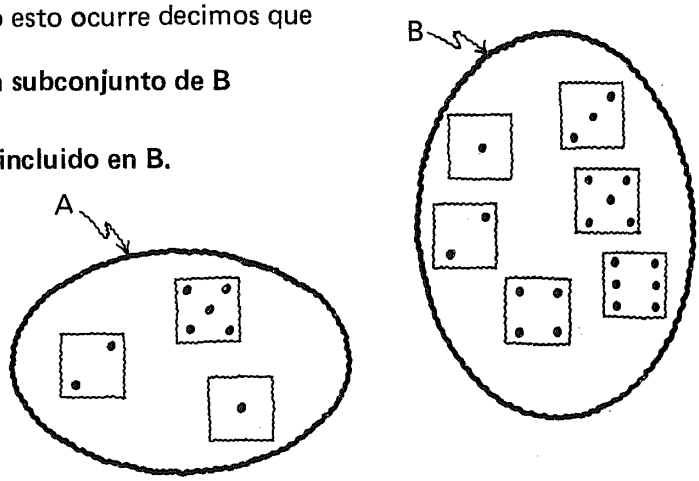
**todos los elementos del conjunto Ⓐ están también en el conjunto Ⓑ.**



81

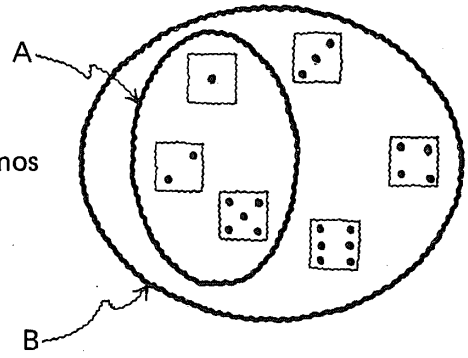
Cuando esto ocurre decimos que

**A es un subconjunto de B**
o que
**A está incluido en B.**




82

A esta situación la podemos representar gráficamente así:




83

También podemos ver que

{a, b, c} **es** un subconjunto de {a, b, c, d, e, f, g}

porque todos los elementos
de {a, b, c} están en

{a, b, c, d, e, f, g}

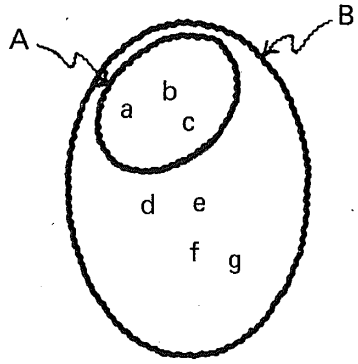
Del mismo modo

{1, 2, 3} **no** es un subconjunto de {2, 3, 4, 5, 6}

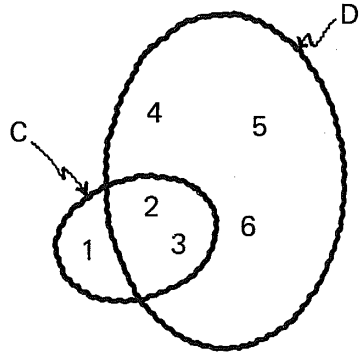
porque hay por lo menos un elemento de {1, 2, 3}
que no está en {2, 3, 4, 5, 6}.

84

Gráficamente.

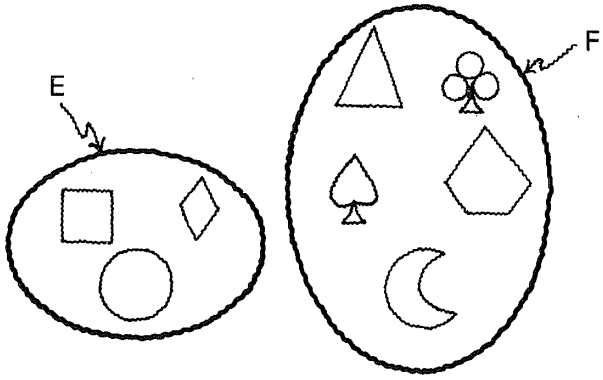



A ⟨ **es** un subconjunto de / **está** incluido en ⟩ B




C ⟨ **no** es un subconjunto de / **no** está incluido en ⟩ D

85




E ⟨ **no** es un subconjunto de / **no** está incluido en ⟩ F

86

De acuerdo con nuestra definición:

{x, y, z} [es/no es] un subconjunto de {x, y, z}

es

87

Podemos decir que:

**A es un subconjunto de A**

o que

un conjunto es subconjunto de sí mismo.

88

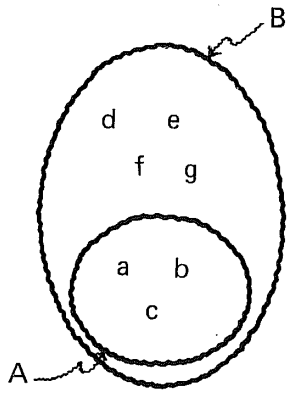
Decimos, entonces, que:

A es un **subconjunto propio** de B

o

A está { **propiamente** / **o** / **estrictamente** } **incluido** en B

Todos los elementos de A están en B, pero, cuando menos un elemento de B no está en A.




89

En este caso:

A es un **subconjunto impropio** de B

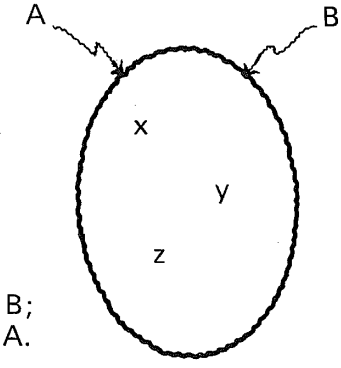
o

B es un **subconjunto impropio** de A

o bien

A = B

Todos los elementos de A están en B; y todos los elementos de B están en A.



90

Simbólicamente:

$A \subset B$

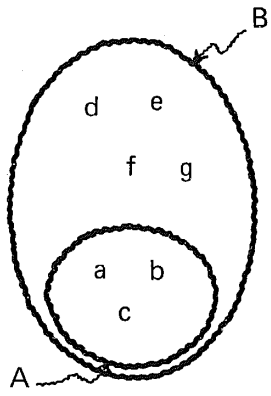
se lee:

"A es un subconjunto propio de B" o "A está propia o estrictamente incluido en B".

$B \supset A$

se lee:

"B incluye propia o estrictamente a A".




91

La posibilidad de que un conjunto esté incluido en sí mismo hace que cobre sentido la expresión

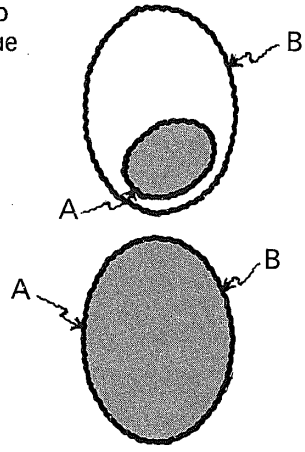
$A \subseteq B$

que debemos leer:

**A es un subconjunto de B** (propio o impropio)

o

**A está incluido en B** (estrictamente o no)




92

Si

$A \subset B$

descartamos la posibilidad de que A y B sean iguales.

Decimos, entonces, que

A es un [ ] de B

o que

A está [ ] en B.

subconjunto propio

estricta o propiamente incluido

93

Si

$A = B$

Entonces
decimos que

A es un _____ de B

o que

A está _____ en B.

subconjunto impropio

impropiamente incluido

94

Si

$A \subseteq B$

existe la posibilidad de que
A y B sean iguales.

Decimos entonces, que

A es un _____ de B
o que
A está _____ en B

subconjunto

incluido

95

Observemos con atención
la analogía entre las siguientes expresiones:

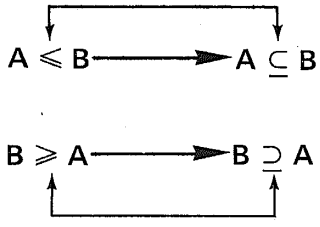
$A < B \longrightarrow A \subset B$

y

$B > A \longrightarrow B \supset A$

96

Sigamos observando con atención.




97

$M \subset P$

se lee:

El conjunto M
es un subconjunto
propio o
está estrictamente
incluido
en el conjunto P.

98

$R \subseteq S$

se lee:

El conjunto R

es un subconjunto de
o
está incluido en
el conjunto S.

99

$C \supset D$

se lee:

El conjunto C incluye estricta (o propiamente) al conjunto D.

100

$K \supseteq L$

se lee:

El conjunto K incluye al conjunto L.

101

$A \not\supset B$

se lee:

El conjunto A **no** incluye estricta (o propiamente) al conjunto B.

102

$M \not\subset N$

se lee:

_____

El conjunto M

**no** es un subconjunto propio de
o
**no** está propia (o estrictamente) incluido en
el conjunto N.

103

$Q \not\subseteq R$

se lee:

_____

El conjunto Q

no es un subconjunto de
o
no está incluido en
el conjunto R.

104

$S \not\supset T$

se lee:

_____

El conjunto S
no incluye
al
conjunto T.

**1.1.2.2**

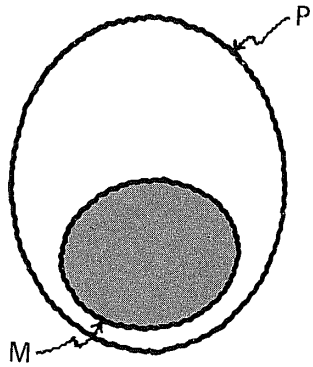
Práctica adicional,
si
se considera necesario.
Práctica inversa;
dada una expresión verbal de inclusión
escribir la correspondiente expresión simbólica.

105

Gráficamente:

Consideremos
esta expresión:

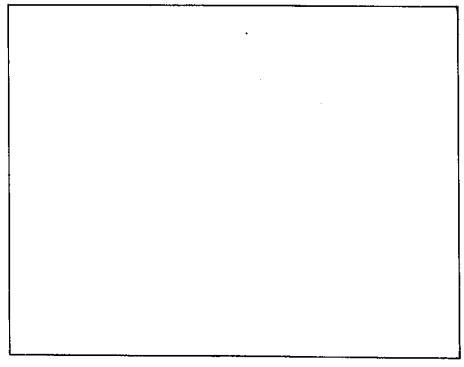
$M \subset P$

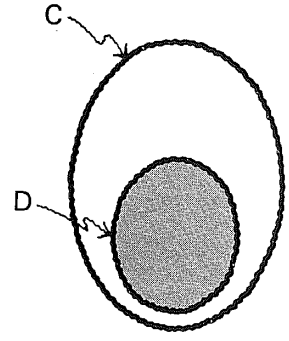



106

Gráficamente:

$C \supset D$



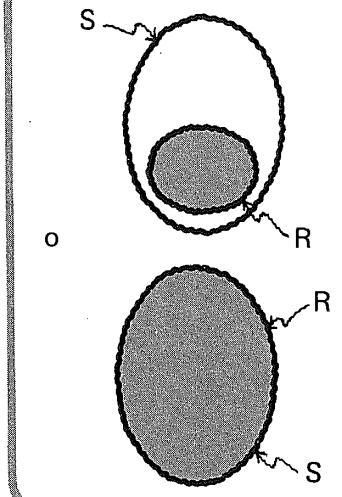


107

Atención.

Gráficamente:

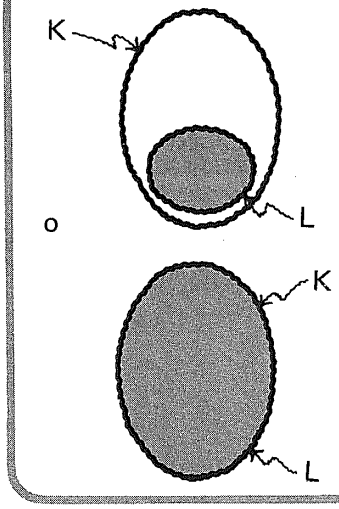
$R \subseteq S$




108

Gráficamente:

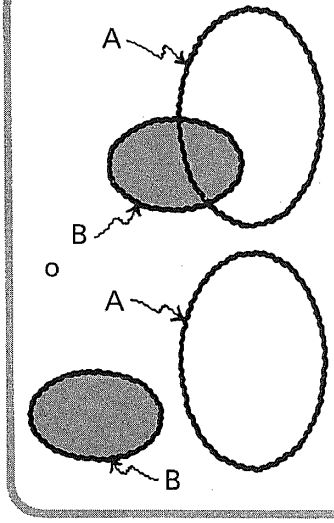
$K \supseteq L$




109

Gráficamente:

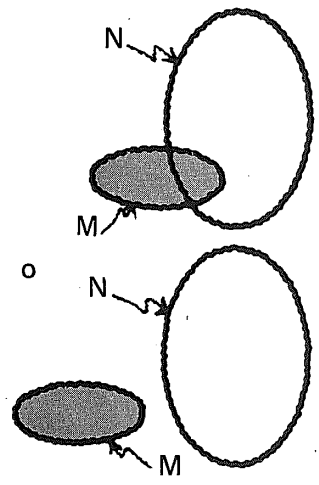
$A \not\supset B$



110

Gráficamente:

$M \not\subset N$




**1.1.2.3**

Práctica adicional,
si
se considera necesario.

111

Consideremos los siguientes conjuntos:

$A = \{x \mid x \text{ es un mes del año}\}$

$B = \{x \mid x \text{ es un mes de 30 días}\}$

$C = \{x \mid x \text{ es un día de la semana}\}$

$D = \{x \mid x \text{ es una letra del alfabeto}\}$

$E = \{x \mid x \text{ es una vocal}\}$

$\mathbb{N} = \{x \mid x \text{ es un número natural}\}$

112

$A = \{x \mid x$ es un mes del año$\}$

$B = \{x \mid x$ es un mes de 30 días$\}$

$C = \{x \mid x$ es un día de la semana$\}$

$D = \{x \mid x$ es una letra del alfabeto$\}$

$E = \{x \mid x$ es una vocal$\}$

$\mathbb{N} = \{x \mid x$ es un número natural$\}$

$B \subset A$ V/F

V

113

$A = \{x \mid x$ es un mes del año$\}$

$B = \{x \mid x$ es un mes de 30 días$\}$

$C = \{x \mid x$ es un día de la semana$\}$

$D = \{x \mid x$ es una letra del alfabeto$\}$

$E = \{x \mid x$ es una vocal$\}$

$\mathbb{N} = \{x \mid x$ es un número natural$\}$

$E \not\subset D$ V/F

F

114

$A = \{x \mid x$ es un mes del año$\}$

$B = \{x \mid x$ es un mes de 30 días$\}$

$C = \{x \mid x$ es un día de la semana$\}$

$D = \{x \mid x$ es una letra del alfabeto$\}$

$E = \{x \mid x$ es una vocal$\}$

$\mathbb{N} = \{x \mid x$ es un número natural$\}$

$\{a, b\} \subseteq E$ V/F

F

115

$A = \{x|x$ es un mes del año$\}$

$B = \{x|x$ es un mes de 30 días$\}$

$C = \{x|x$ es un día de la semana$\}$

$D = \{x|x$ es una letra del alfabeto$\}$

$E = \{x|x$ es una vocal$\}$

$\mathbb{N} = \{x|x$ es un número natural$\}$

$C \supset \{lunes\}$ V/F

V

116

$A = \{x|x$ es un mes del año$\}$

$B = \{x|x$ es un mes de 30 días$\}$

$C = \{x|x$ es un día de la semana$\}$

$D = \{x|x$ es una letra del alfabeto$\}$

$E = \{x|x$ es una vocal$\}$

$\mathbb{N} = \{x|x$ es un número natural$\}$

$E \supseteq D$ V/F

F

117

$A = \{x|x$ es un mes del año$\}$

$B = \{x|x$ es un mes de 30 días$\}$

$C = \{x|x$ es un día de la semana$\}$

$D = \{x|x$ es una letra del alfabeto$\}$

$E = \{x|x$ es una vocal$\}$

$\mathbb{N} = \{x|x$ es un número natural$\}$

Indicar el símbolo que corresponda, para que la proposición sea verdadera

E ______ D

$\subset$ o $\subseteq$

118

$A = \{x|x \text{ es un mes del año}\}$

$B = \{x|x \text{ es un mes de 30 días}\}$

$C = \{x|x \text{ es un día de la semana}\}$

$D = \{x|x \text{ es una letra del alfabeto}\}$

$E = \{x|x \text{ es una vocal}\}$

$\mathbb{N} = \{x|x \text{ es un número natural}\}$

$\{\text{febrero}\} \sqsubset\!\!\sqsupset B$

$\not\subset$ o $\underline{\not\subset}$

119

Observemos la diferencia que hay entre las expresiones:

$\text{febrero} \in A$

y

$\{\text{febrero}\} \subset A$

120

Expresiones como:

$a \subset E$

y

$\{a\} \in E$

carecen de sentido.

121

$A = \{x \mid x \text{ es un mes del año}\}$

$B = \{x \mid x \text{ es un mes de 30 días}\}$

$C = \{x \mid x \text{ es un día de la semana}\}$

$D = \{x \mid x \text{ es una letra del alfabeto}\}$

$E = \{x \mid x \text{ es una vocal}\}$

$\mathbb{N} = \{x \mid x \text{ es un número natural}\}$

$E \subseteq E$ V/F

V

**1.1.2.4**

Práctica adicional,
si
se considera necesario.

122

Ahora,
sea el conjunto

$A = \{0, 1, 2, 3\}$

Enumeremos

**todos sus subconjuntos:**

Respuesta
en el
cuadro siguiente

Los subconjuntos de $A = \{0, 1, 2, 3\}$.

| | | | |
|---|---|---|---|
| $B = \{0\}$ | $H = \{0, 1\}$ | $N = \{0, 1, 2\}$ | $R = \{0, 1, 2, 3\}$ |
| $C = \{1\}$ | $I = \{0, 2\}$ | $O = \{0, 1, 3\}$ | |
| $D = \{2\}$ | $J = \{0, 3\}$ | $P = \{1, 2, 3\}$ | $S = \phi$ |
| $E = \{3\}$ | $K = \{1, 2\}$ | $Q = \{2, 3, 0\}$ | |
| | $L = \{1, 3\}$ | | |
| | $M = \{2, 3\}$ | | |

**1.1.2**

En este punto, el alumno debe ser capaz de:

- *identificar* subconjuntos — propios o impropios — de un conjunto dado;
- *usar* correctamente los símbolos:

  $\supset, \subset, \not\supset, \not\subset, \supseteq, \subseteq, \not\supseteq$ y $\not\subseteq$.

## 1.3

## Intersección de conjuntos

123

Ya estamos familiarizados con las operaciones en que se relacionan **dos** números (operandos) con un tercero (resultado).
Por ejemplo:

- $3 + 5 = 8$
- $3 \times 5 = 15$

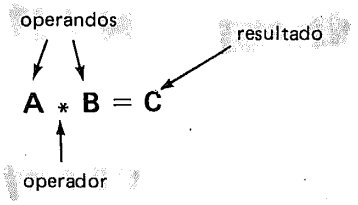
A estas **operaciones** se les llama **binarias.**

124

También es posible realizar

**operaciones binarias con conjuntos.**

En general, podemos escribir:



125

En lo sucesivo,
estudiaremos
las siguientes
operaciones binarias:

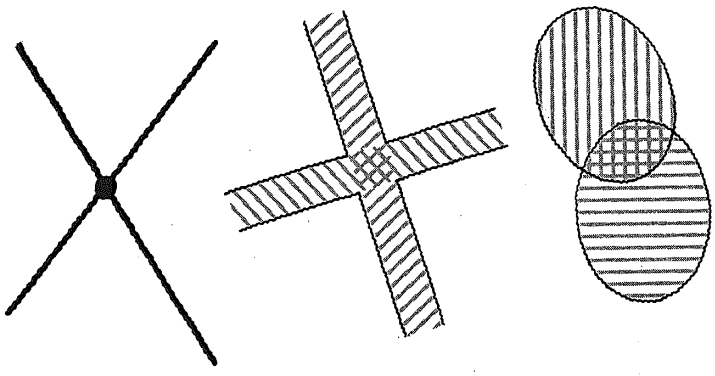
- **intersección**
- **unión**
- **diferencia**

126

Intersección de conjuntos

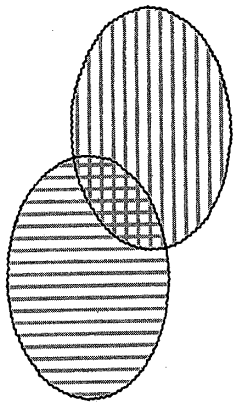
127

Nuestra noción de intersección.



128

Dados dos conjuntos
(operandos),
la **intersección**
(resultado)
es
el conjunto
formado por
los
**elementos comunes**
de
ambos conjuntos.



129

Ejemplo:

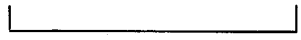
Sean los dos conjuntos:

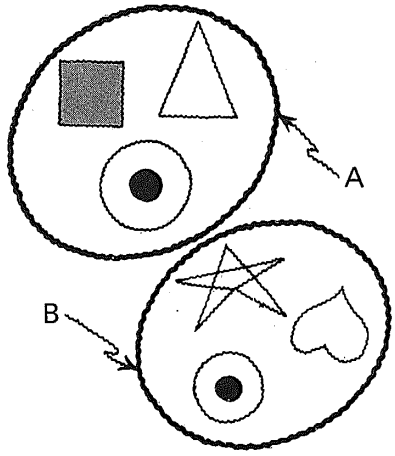
A = { ■, △, ⊙ }

y

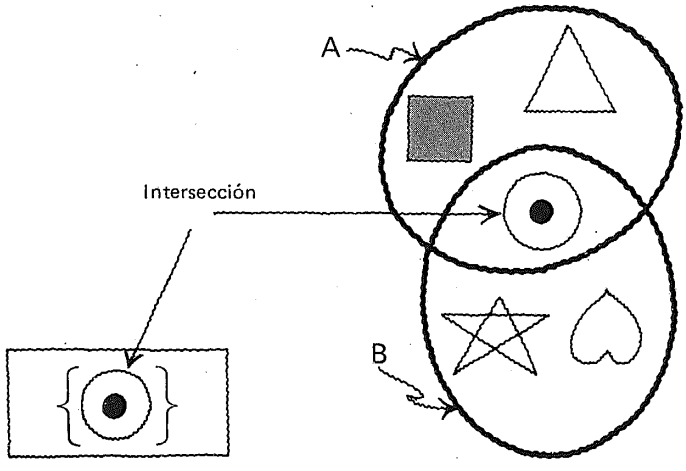
B = { ☆, ⊙, ⌓ }

Su intersección es:






Respuesta
en el
cuadro siguiente



130

Simbólicamente

$$A \cap B = C$$

se lee:

**A intersección B es igual a C**

131

Ahora,
introduciremos el símbolo

$\wedge$

que se lee "y".

132

Tenemos, entonces,
una definición más formal de la intersección de conjuntos, en la que utilizamos el símbolo que acabamos de introducir:

$$A \cap B = \{x | x \in A \wedge x \in B\}$$

que se lee:

A intersección B
es igual al
conjunto
de todas las x,
tales que
x está en A
y
x está en B.

133

Tomemos nota de la semejanza de los símbolos:

$\cap$ y $\wedge$

134

Sean los conjuntos

$A = \{a, b, c, d, e\}$

y

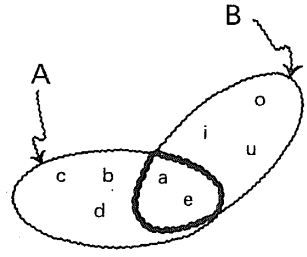
$B = \{a, e, i, o, u\}$

Demos su intersección por extensión:

$A \cap B =$ _____

y por medio de un diagrama de Venn–Euler.

• {a, e}




135

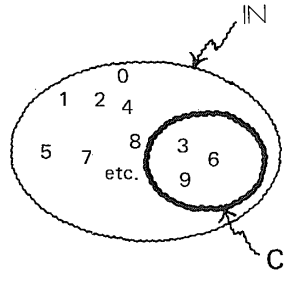
Gráficamente:

$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3 \ldots\}$

$C = \{3, 6, 9\}$

$\mathbb{N} \cap C =$

• {3, 6, 9}



136

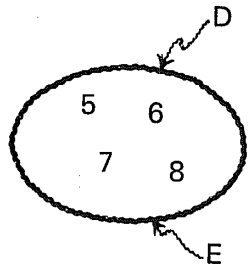
Gráficamente:

$D = \{5, 6, 7, 8\}$

$E = \{5, 6, 7, 8\}$

$D \cap E =$ ⌊_____⌋

• $\{5, 6, 7, 8\} = D = E$




137

Observemos que

la intersección de un conjunto consigo mismo es el mismo conjunto.

En general:

$A \cap A = A$

138

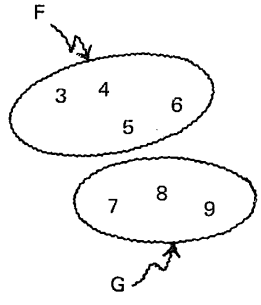
En forma gráfica:

$F = \{3, 4, 5, 6\}$

$G = \{7, 8, 9\}$

$F \cap G =$

• $\phi$



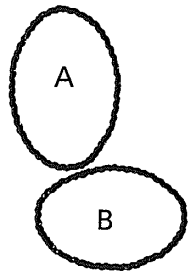
139

En general:

si $A \cap B = \phi$

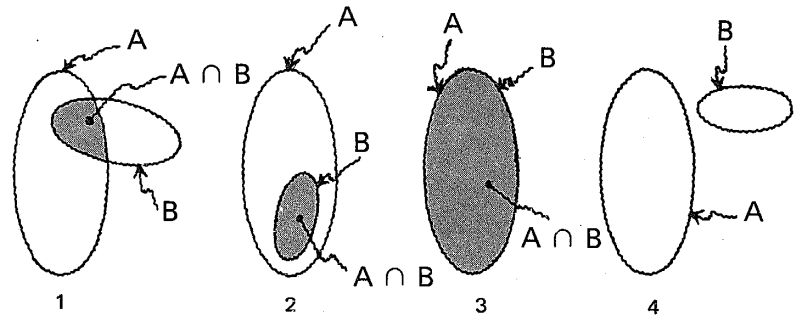
A y B se denominan:

conjuntos **disjuntos o ajenos.**




140

Estudiemos el siguiente resumen. Dados dos conjuntos, A y B, pueden presentarse estos cuatro casos de intersección:




141

Sean los conjuntos:

$\mathbb{N} = \{x \mid x \text{ es un número natural}\}$

$A = \{x \mid x \in \mathbb{N} \wedge x \leqslant 10\}$

$B = \{2, 4, 6, 8\}$

$C = \{6, 8, 10, 12, 14\}$

$D = \{x \mid x \in \mathbb{N} \wedge 10 \leqslant x \leqslant 20\}$

$E = \phi$

142

$\mathbb{N} = \{x \mid x \text{ es un número natural}\}$

$A = \{x \mid x \in \mathbb{N} \wedge x \leqslant 10\}$

$B = \{2, 4, 6, 8\}$

$C = \{6, 8, 10, 12, 14\}$

$D = \{x \mid x \in \mathbb{N} \wedge 10 \leqslant x \leqslant 20\}$

$E = \phi$

$B \cap C =$ ⌊_____⌋

**{6, 8}**

143

$\mathbb{N} = \{x \mid x \text{ es un número natural}\}$

$A = \{x \mid x \in \mathbb{N} \wedge x \leqslant 10\}$

$B = \{2, 4, 6, 8\}$

$C = \{6, 8, 10, 12, 14\}$

$D = \{x \mid x \in \mathbb{N} \wedge 10 \leqslant x \leqslant 20\}$

$E = \phi$

$C \cap \mathbb{N} =$ ⌊_____⌋

**{6, 8, 10, 12, 14} = C**

144

$\mathbb{N} = \{x \mid x \text{ es un número natural}\}$

$A = \{x \mid x \in \mathbb{N} \wedge x \leqslant 10\}$

$B = 2, 4, 6, 8\}$

$C = \{6, 8, 10, 12, 14\}$

$D = \{x \mid x \in \mathbb{N} \wedge 10 \leqslant x \leqslant 20\}$

$E = \phi$

$A \cap B =$ ⌊_____⌋

**{2, 4, 6, 8} = B**

145

$\mathbb{N} = \{x \mid x \text{ es un número natural}\}$

$A = \{x \mid x \in \mathbb{N} \wedge x \leqslant 10\}$

$B = \{2, 4, 6, 8\}$

$C = \{6, 8, 10, 12, 14\}$

$D = \{x \mid x \in \mathbb{N} \wedge 10 \leqslant x \leqslant 20\}$

$E = \phi$

$A \cap D =$ ⌊_____⌋

{10}

146

$\mathbb{N} = \{x \mid x \text{ es un número natural}\}$

$A = \{x \mid x \in \mathbb{N} \wedge x \leqslant 10\}$

$B = \{2, 4, 6, 8\}$

$C = \{6, 8, 10, 12, 14\}$

$D = \{x \mid x \in \mathbb{N} \wedge 10 \leqslant x \leqslant 20\}$

$E = \phi$

$D \cap E =$ ⌊_____⌋

$\phi$

147

$\mathbb{N} = \{x \mid x \text{ es un número natural}\}$

$A = \{x \mid x \in \mathbb{N} \wedge x \leqslant 10\}$

$B = \{2, 4, 6, 8\}$

$C = \{6, 8, 10, 12, 14\}$

$D = \{x \mid x \in \mathbb{N} \wedge 10 \leqslant x \leqslant 20\}$

$E = \phi$

$B \cap D =$ ⌊_____⌋

$\phi$

148

$\mathbb{N} = \{x \mid x \text{ es un número natural}\}$

$A = \{x \mid x \in \mathbb{N} \wedge x \leqslant 10\}$

$B = \{2, 4, 6, 8\}$

$C = \{6, 8, 10, 12, 14\}$

$D = \{x \mid x \in \mathbb{N} \wedge 10 \leqslant x \leqslant 20\}$

$E = \phi$

Necesitamos:
$A \cap B \cap C =$

Ver cuadro siguiente.

149

(1.) Determinar, por ejemplo:

$A \cap B =$ ⌊_____⌋

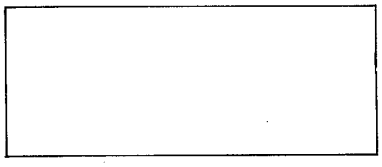
(2.) Determinar:

$(A \cap B) \cap C =$ ⌊_____⌋

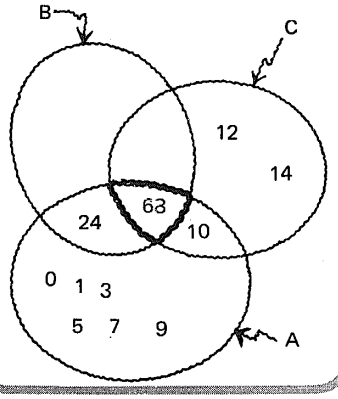
(3.)

$A \cap B \cap C = (A \cap B) \cap C =$ ⌊_____⌋

Representación gráfica:



- $A \cap B = 2, 4, 6, 8 = B$
- $(A \cap B) \cap C = B \cap C = \{6, 8\}$
- $A \cap B \cap C = \{\mathbf{6, 8}\}$

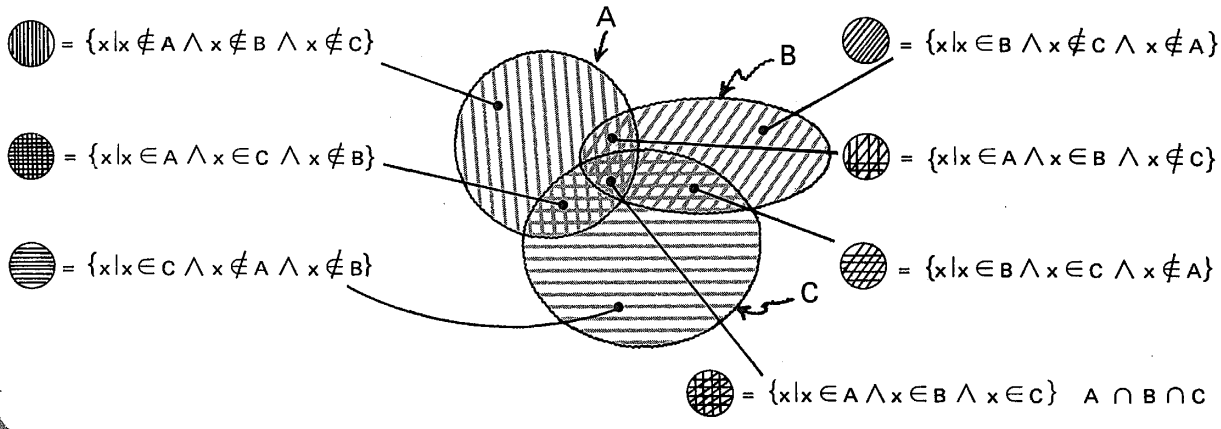



**1.1.3.1**

Práctica adicional,
si
se considera necesario.

150

Estudiar con mucha atención este esquema




**1.1.3.2**

Práctica adicional,
si
se considera necesario.

**1.1.3**

En este punto, el alumno debe ser capaz de:

- *determinar* la intersección de dos o más conjuntos, dados por comprensión o por extensión.

## 1.4

## Unión de conjuntos

151

Otra operación binaria de la forma

$A * B = C$

es la llamada

**unión de conjuntos.**

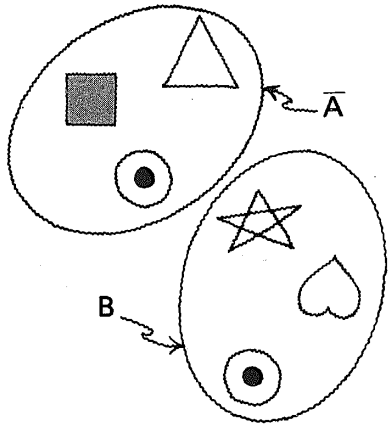
152

Sean los conjuntos

$A = \{ \blacksquare, \triangle, \odot \}$

y

$B = \{ \star, \odot, \heartsuit \}$

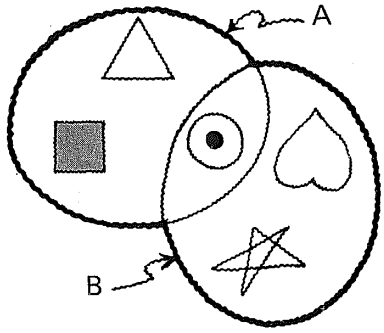


153

Su unión es:

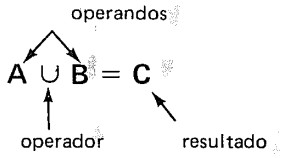
{□,△,⊙,☆,♡}

o sea: el conjunto formado
por los elementos
que están en **A** o en **B**
o en ambos conjuntos.




154

Representación simbólica de la unión.




Leemos:
**A** unión **B** es igual a **C**

155

Una definición formal de la unión de conjuntos.

observar la similitud
de estos dos símbolos

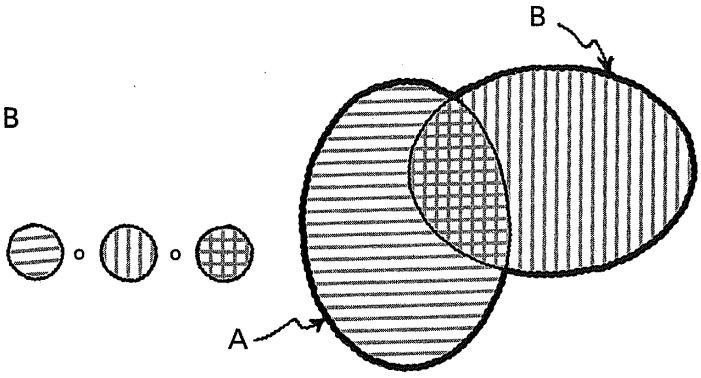
$$A \cup B = \{x | x \in A \ V \ x \in B\}$$

**A** unión **B** es igual al conjunto de todas las x
tales que x está en **A** o x está en **B** o x está
en ambos conjuntos.

156

Representación gráfica de la **unión.**

$A \cup B$




157

Representación gráfica.

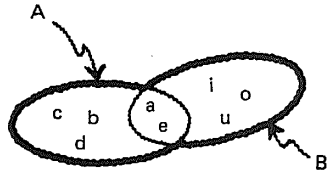
$A = \{a, b, c, d, e\}$

$B = \{a, e, i, o, u\}$

$A \cup B =$ _____

- $\{a, b, c, d, e, i, o, u\}$

Observemos que los elementos comunes (a, e) aparecen **una sola vez.**




158

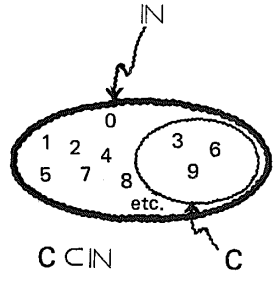
Representación gráfica.

$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3 \ldots\}$

$C = \{3, 6, 9\}$

$\mathbb{N} \cup C =$ _____

- $\{0, 1, 2, 3, 4 \ldots\} =$



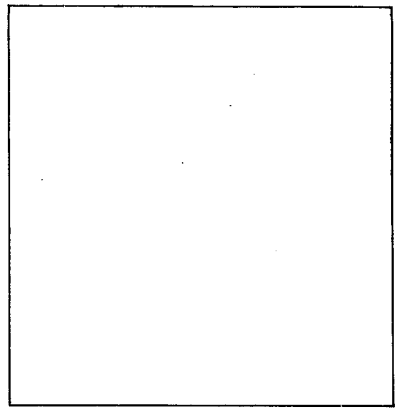
159

Gráficamente

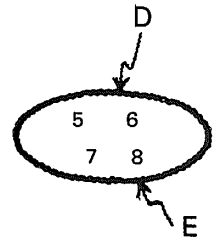
$D = \{5, 6, 7, 8\}$

$E = \{5, 6, 7, 8\}$

$D \cup E =$ ⌊_____⌋



• $\{5, 6, 7, 8\} = D = E$




160

La unión de un conjunto consigo mismo es el mismo conjunto.

$A \cup A = A$

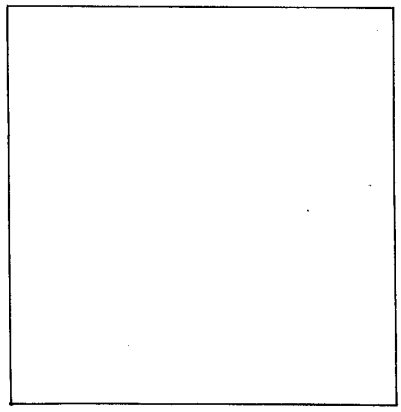
161

Gráficamente

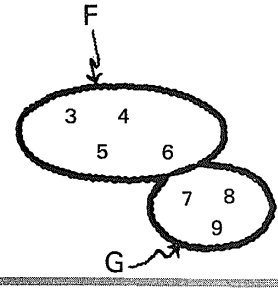
$F = \{3, 4, 5, 6\}$

$G = \{7, 8, 9\}$

$F \cup G =$ ⌊_____⌋



• $\{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$



162

$F = \{3, 4, 5, 6\}$

$G = \{7, 8, 9\}$

Recordemos que:

$F \cap G =$ ⌊_____⌋

$\phi$

163

Dos conjuntos, como F y G, cuya intersección es vacía, reciben el calificativo de:

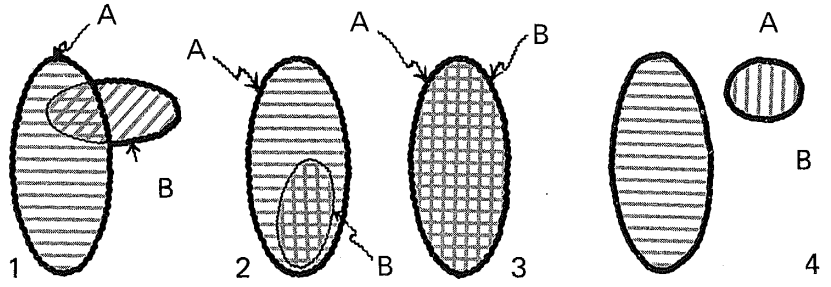
⌊_____⌋

disjuntos o ajenos

164

**Resumen.**

Dados dos conjuntos, A y B, pueden presentarse cuatro casos de unión de conjuntos:




$A \cup B \neq \phi$

si $B \subset A$

$A \cup B = A$

si $A = B$

$A \cup B = A = B$

$A \cup A = A$

$A \cap B = \phi$

165

Sean los siguientes conjuntos:

$\mathbb{N} = \{x | x \text{ es un número natural}\}$

$A = \{x | x \in \mathbb{N} \wedge x \leqslant 10\}$

$B = \{2, 4, 6, 8\}$

$C = \{6, 8, 10, 12, 14\}$

$D = \{x | x \in \mathbb{N} \wedge 10 \leqslant x \leqslant 20\}$

$E = \phi$

$B \cup C =$ ____

**{ 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14 }**

166

$\mathbb{N} = \{x | x \text{ es un número natural}\}$

$A = \{x | x \in \mathbb{N} \wedge x \leqslant 10\}$

$B = \{2, 4, 6, 8\}$

$C = \{6, 8, 10, 12, 14\}$

$D = \{x | x \in \mathbb{N} \wedge 10 \leqslant x \leqslant 20\}$

$E = \phi$

$C \cup \mathbb{N} =$ ____

$\mathbb{N}$

167

$\mathbb{N} = \{x | x \text{ es un número natural}\}$

$A = \{x | x \in \mathbb{N} \wedge x \leqslant 10\}$

$B = \{2, 4, 6, 8\}$

$C = \{6, 8, 10, 12, 14\}$

$D = \{x | x \in \mathbb{N} \wedge 10 \leqslant x \leqslant 20\}$

$E = \phi$

$A \cup B =$ ____

**A**

168

$\mathbb{N} = \{x \mid x \text{ es un número natural}\}$

$A = \{x \mid x \in \mathbb{N} \wedge x \leqslant 10\}$

$B = \{2, 4, 6, 8\}$

$C = \{6, 8, 10, 12, 14\}$

$D = \{x \mid x \in \mathbb{N} \wedge 10 \leqslant x \leqslant 20\}$

$E = \phi$

$A \cup D =$ ⌊_____⌋

$\{x/x \in \mathbb{N} \wedge x \leqslant 20\}$

169

$\mathbb{N} = \{x \mid x \text{ es un número natural}\}$

$A = \{x \mid x \in \mathbb{N} \wedge x \leqslant 10\}$

$B = \{2, 4, 6, 8\}$

$C = \{6, 8, 10, 12, 14\}$

$D = \{x \mid x \in \mathbb{N} \wedge 10 \leqslant x \leqslant 20\}$

$E = \phi$

$D \cup E =$ ⌊_____⌋

**D**

170

$\mathbb{N} = \{x \mid x \text{ es un número natural}\}$

$A = \{x \mid x \in \mathbb{N} \wedge x \leqslant 10\}$

$B = \{2, 4, 6, 8\}$

$C = \{6, 8, 10, 12, 14\}$

$D = \{x \mid x \in \mathbb{N} \wedge 10 \leqslant x \leqslant 20\}$

$E = \phi$

$B \cup D =$ ⌊_____⌋

**{2, 4, 6, 8, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20}**

171

$\mathbb{N} = \{x \mid x \text{ es un número natural}\}$

$A = \{x \mid x \in \mathbb{N} \wedge x \leqslant 10\}$

$B = \{2, 4, 6, 8\}$

$C = \{6, 8, 10, 12, 14\}$

$D = \{x \mid x \in \mathbb{N} \wedge 10 \leqslant x \leqslant 20\}$

$E = \phi$

Se requiere:

$A \cup B \cup C$

Ver cuadro siguiente.

172

1. Determinar, por ejemplo:

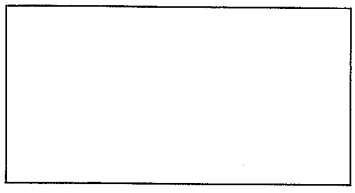
$A \cup B =$ ⌊_____⌋

2. Determinar:

$(A \cup B) \cup C =$ ⌊_____⌋

3. $A \cup B \cup C = (A \cup B) \cup C =$ ⌊_____⌋

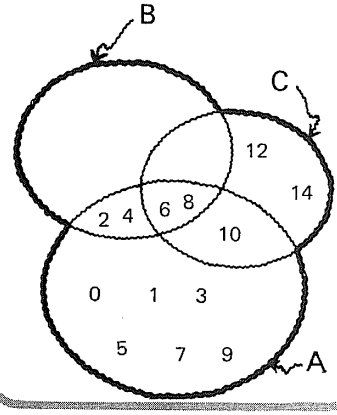
Gráficamente:



• A

$A \cup C$

{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 14




**1.1.4.1**

Práctica adicional,
si
se considera necesario

**1.1.4**

En este punto, el alumno debe ser capaz de:

- *determinar* la unión de dos o más conjuntos dados por comprensión o por extensión.

1.5

## Diferencia de conjuntos

173

Una operación binaria más,
llamada **diferencia de conjuntos.**

operandos

resultado

$A - B = C$

operador (se lee "menos")

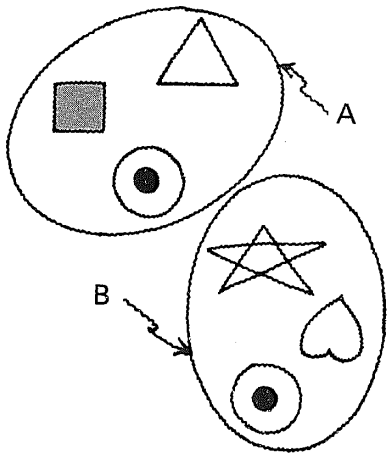
174

Sean los dos conjuntos

$A = \{ \blacksquare, \triangle, \odot \}$

y

$B = \{ \star, \odot, \heartsuit \}$



175

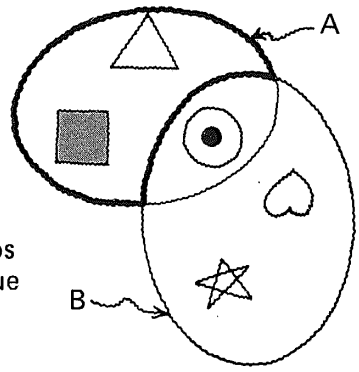
Su diferencia

$A - B$

es

$\{ \blacksquare, \triangle \}$

o sea: el conjunto formado por los elementos que están en **A**, pero que no están en **B.**

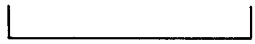


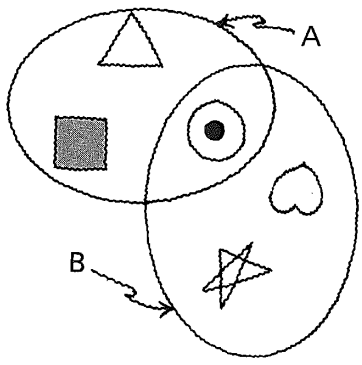

176

Similarmente, la diferencia

$B - A$

sería:






$\{ \star, \heartsuit \}$

177

Debemos observar que, por lo general:

$$A - B \neq B - A$$

178

Una definición formal de la diferencia de conjuntos.

$$A - B = \{ x | x \in A \quad X \notin B \}$$

que se lee:

A menos B es igual al conjunto de todas las x, tales que x está en A y x no está en B.

179

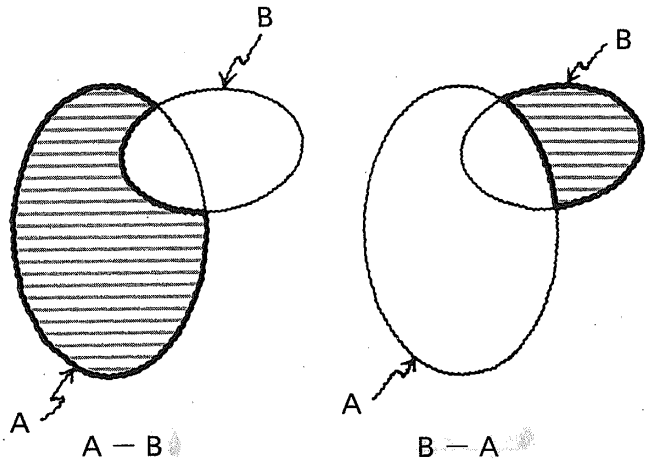
En forma similar:

$B - A =$ [ ]

$\{x | x \in B \wedge x \notin A\}$

180

Representación gráfica de la diferencia.



181

Representación mediante el diagrama de Venn-Euler.

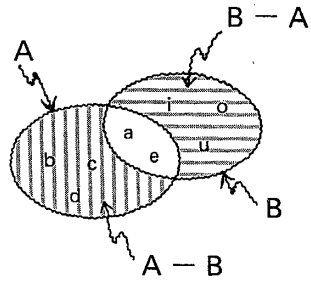
$A = \{a, b, c, d, e\}$

$B = \{a, e, i, o, u\}$

$A - B =$ _____

$B - A =$ _____

- $\{b, c, d\}$
- $\{i, o, u\}$




182

Gráficamente:

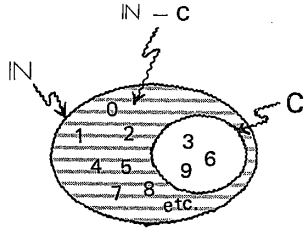
$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3 \ldots\}$

$C = \{3, 6, 9\}$

$\mathbb{N} - C =$ _____

$C - \mathbb{N} =$ _____

- $\mathbb{N} - \{3, 6, 9\}$ $= \{x/x \in \mathbb{N} \wedge x \notin C\}$
- $\phi$




183

Gráficamente:

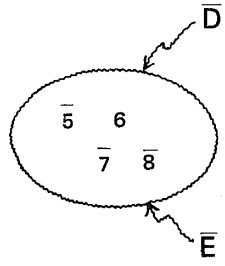
$D = \{5, 6, 7, 8\}$

$E = \{5, 6, 7, 8\}$

$D - E =$ _____

$E - D =$ _____

- $\phi$
- $\phi$



184

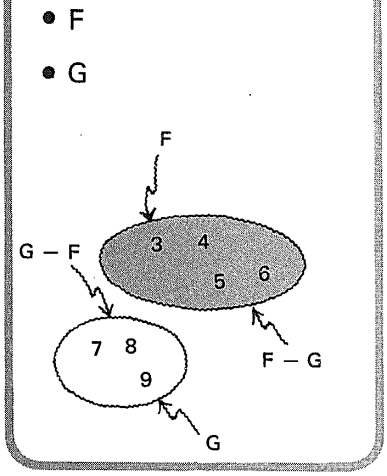
Gráficamente:

$F = \{3, 4, 5, 6\}$

$G = \{7, 8, 9\}$

$F - G =$ ⌊_____⌋

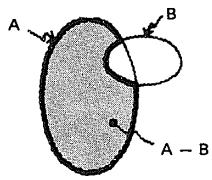
$G - F =$ ⌊_____⌋

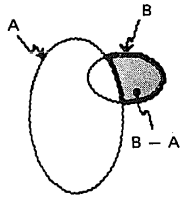



**1.1.5.1**
Práctica adicional
si
se considera necesario.

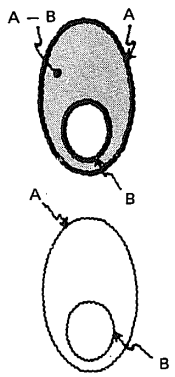
185

Resumen de la diferencia de conjuntos

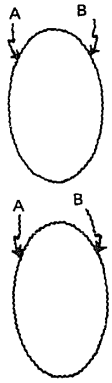


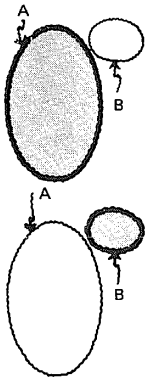

$A \cap B \neq \phi$




Si $B \subset A$
$B - A = \phi$




Si $A = B$
$A - B = B - A = \phi$




Si $A \cap B = \phi$
$A - B = A$
$B - A = B$

186

Sean los conjuntos:

$\mathbb{N} = \{x | x \text{ es un número natural}\}$

$A = \{x | x \in \mathbb{N} \wedge x \leqslant 10\}$

$B = \{2, 4, 6, 8\}$

$C = \{6, 8, 10, 12, 14\}$

$D = \{x | x \in \mathbb{N} \wedge 10 \leqslant x \leqslant 20\}$

$E = \phi$

$B - C =$ ⌊_____⌋

$C - B =$ ⌊_____⌋

**{2, 4}**

**{10, 12, 14}**

187

$\mathbb{N} = \{x | x \text{ es un número natural}\}$

$A = \{x | x \in \mathbb{N} \wedge x \leqslant 10\}$

$B = \{2, 4, 6, 8\}$

$C = \{6, 8, 10, 12, 14\}$

$D = \{x | x \in \mathbb{N} \wedge 10 \leqslant x \leqslant 20\}$

$E = \phi$

$C - \mathbb{N} =$ ⌊_____⌋

$\mathbb{N} - C =$ ⌊_____⌋

$\phi$

$\mathbb{N} -$ **{6, 8, 10, 12, 14}**

188

$\mathbb{N} = \{x | x \text{ es un número natural}\}$

$A = \{x | x \in \mathbb{N} \wedge x \leqslant 10\}$

$B = \{2, 4, 6, 8\}$

$C = \{6, 8, 10, 12, 14\}$

$D = \{x | x \in \mathbb{N} \wedge 10 \leqslant x \leqslant 20\}$

$E = \phi$

$A - B =$ ⌊_____⌋

$B - A =$ ⌊_____⌋

**{0, 1, 3, 5, 7, 9, 10}**

$\{\ \} = \phi$

189

$\mathbb{N}$ = { x|x es un número natural}

A = {x|x ∈ $\mathbb{N}$ ∧ x ⩽ 10}

B = {2, 4, 6, 8}

C = {6, 8, 10, 12, 14}

D = {x|x ∈ $\mathbb{N}$ ∧ 10 ⩽ x ⩽ 20}

E = $\phi$

A − D = ┌──────────┐

D − A = ┌──────────┐

{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}

{11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20}

190

$\mathbb{N}$ = {x|x es un número natural}

A = {x|x ∈ $\mathbb{N}$ ∧ x ⩽ 10}

B = {2, 4, 6, 8}

C = {6, 8, 10, 12, 14}

D = {x|x ∈ $\mathbb{N}$ ∧ 10 ⩽ x ⩽ 20}

E = $\phi$

D − E = ┌──────────┐

E − D = ┌──────────┐

D

$\phi$

191

$\mathbb{N}$ = {x|x es un número natural}

A = {x|x ∈ $\mathbb{N}$ ∧ x ⩽ 10}

B = {2, 4, 6, 8}

C = {6, 8, 10, 12, 14}

D = {x|x ∈ $\mathbb{N}$ ∧ 10 ⩽ x ⩽ 20}

E = $\phi$

B − D = ┌──────────┐

D − B = ┌──────────┐

B

D

**1.1.5.2**

Práctica adicional,
si
se considera necesario.

**1.1.5**

En este punto, el alumno debe ser capaz de:

- *determinar* la diferencia de dos conjuntos dados por comprensión o por extensión.

## 1.6

## Diferencia simétrica o suma anillo de conjuntos

192

Un caso adicional de operación binaria de la forma

$$A * B = C$$

denominada

**diferencia simétrica**

o

**suma anillo.**

193

Representación simbólica de la **diferencia simétrica** o suma **anillo.**

$$A \triangle B = C$$

o

$$A \oplus B = C$$

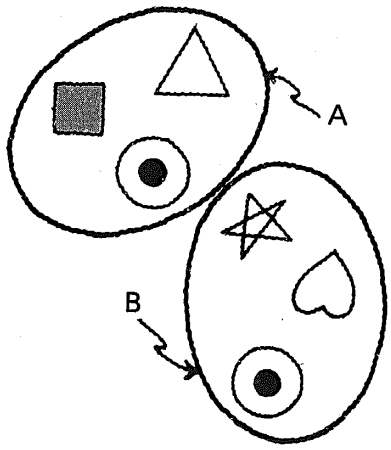
194

Dados dos conjuntos

$A = \{ \blacksquare, \triangle, \odot \}$

y

$B = \{ \star, \odot, \frown \}$




195

$A - B = \{ \blacksquare, \triangle \}$

y

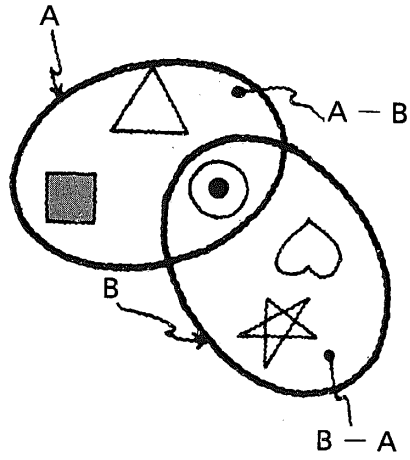
$B - A = \{ \star, \frown \}$

La unión de estos dos conjuntos

$(A - B) \cup (B - A) = \{ \blacksquare, \triangle, \star, \frown \}$

es lo que se denomina

**diferencia simétrica o suma anillo.**




196

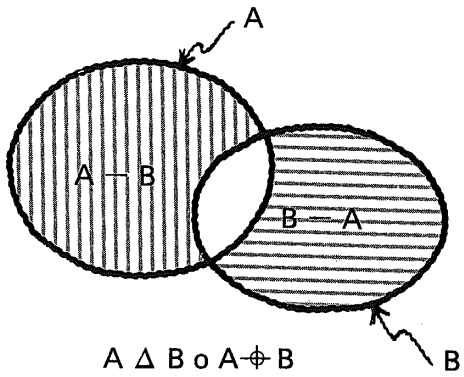
Una definición formal de diferencia simétrica o suma anillo.

$$A \triangle B = \{x | x \in A \wedge x \notin B\} \cup \{x | x \in B \wedge x \notin A\}$$

$$A \dot{+} B = \{x | x \in A \wedge x \notin B\} \cup \{x | x \in B \wedge x \notin A\}$$

197

Representación gráfica de la diferencia simétrica o suma anillo.




A Δ B o A⊕B

198

Ejemplo:

A = {a, b, c, d, e}

B = {a, e, i, o, u}

A Δ B = A⊕B = ⌊_____⌋

Respuesta en el cuadro siguiente

A — B = {b, c, d}

B — A = {i, o, u}

**A Δ B = A⊕B = {b, c, d} ∪ {i, o, u} = {b, c, d, i, o, u}**

**1.1.6.1**

Práctica adicional,
si
se considera necesario.

199

Repaso

- Uso de notación descriptiva
- Inclusión
- Intersección
- Unión
- Diferencia
- (Diferencia simétrica o suma anillo)

**1.1.6**

En este punto, el alumno debe ser capaz de:

- *determinar* la diferencia simétrica
  o suma anillo de dos conjuntos,
  dados por comprensión o por extensión.

1.7

## Complemento y conjunto universo

200

Al conjunto que contiene todos los posibles elementos dentro de un problema determinado, se le llama:

- conjunto **universo**
- conjunto **universal**

o

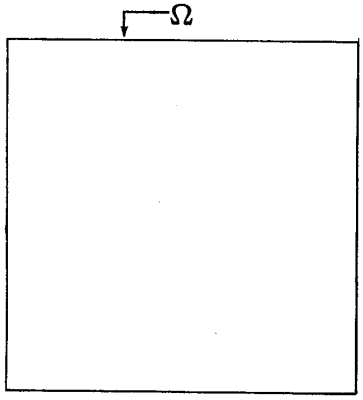
- conjunto **de referencia**

201

Una representación simbólica del conjunto universo: $\Omega$

202

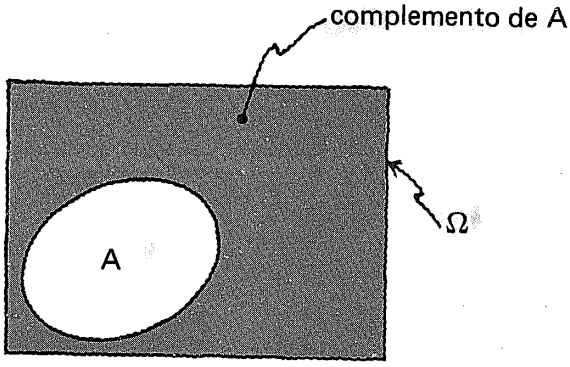
Representación gráfica usual del conjunto universo:




203

**Complemento**

de un conjunto dado, es el conjunto de los elementos que están en el conjunto universo, pero que no están en el conjunto dado.
Representación gráfica:




204

Representación simbólica:

$A'$ o $\bar{A}$

se lee:
complemento de A
(o no A)

205

Una definición formal de complemento:

$$A' = \{ x | x \in \Omega \wedge x \notin A \}$$

206

Sea el conjunto universo

$\Omega$ = **conjunto de los habitantes de la República Mexicana**

que escribimos en la siguiente forma, utilizando la notación descriptiva:

$\Omega = \{x|x$ es un habitante de la República Mexicana

207

Consideremos en los cuadros siguientes, algunos subconjuntos de este conjunto universo, en que:

(1.) habitante de la República Mexicana de sexo masculino

(2.) habitante de la República Mexicana de sexo femenino

(3.) hombre o mujer

208

$\Omega$ = {x|x es un habitante de la República Mexicana}

A = {x|x es un "hombre"} (1)

B = {x|x es una "mujer"} (2)

C = {x|x es un hombre casado}

D = {x|x es una mujer mayor de 21 años}

E = {x/x es un individuo que sabe leer y escribir} (3)

A = B′ V/F

V

209

$\Omega$ = {x|x es un habitante de la República Mexicana}

A = {x|x es un "hombre"} (1)

B = {x|x es una "mujer"} (2)

C = {x|x es un hombre casado}

D = {x|x es una mujer mayor de 21 años}

E = {x|x es un individuo que sabe leer y escribir} (3)

$A \cup B =$ [ ]

$\Omega$

210

$\Omega$ = {x|x es un habitante de la República Mexicana}

A = {x|x es un "hombre"} (1)

B = {x|x es una "mujer"} (2)

C = {x|x es un hombre casado}

D = {x|x es una mujer mayor de 21 años}

E = {x|x es un individuo que sabe leer y escribir} (3)

E′ = [ ]

{x|x es un analfabeto}

211

$\Omega$ = {x|x es un habitante de la República Mexicana}

A = {x|x es un "hombre"} (1)

B = {x|x es una "mujer"} (2)

C = {x|x es un hombre casado}

D = {x|x es una mujer mayor de 21 años}

E = {x|x es un individuo que sabe leer y escribir} (3)

C′ = [_____]

{x|x es un hombre no casado o una mujer}

212

$\Omega$ = {x|x es un habitante de la República Mexicana}

A = {x|x es un "hombre"} (1)

B = {x|x es una "mujer"} (2)

C = {x|x es un hombre casado}

D = {x|x es una mujer mayor de 21 años}

E = {x|x es un individuo que sabe leer y escribir} (3)

D′ = [_____]

{x|x es una mujer de 21 años o menor, o x es un hombre}

213

$\Omega$ = {x|x es un habitante de la República Mexicana}

A = {x|x es un "hombre"} (1)

B = {x|x es una "mujer"} (2)

C = {x|x es un hombre casado}

D = {x|x es una mujer mayor de 21 años}

E = {x|x es un individuo que sabe leer y escribir} (3)

$\Omega'$ = [_____]

$\phi$

214

$\Omega$ = {x|x es un habitante de la República Mexicana}

A = {x|x es un "hombre"} (1)

B = {x|x es una "mujer"} (2)

C = {x|x es un hombre casado}

D = {x|x es una mujer mayor de 21 años}

E = {x|x es un individuo que sabe leer y escribir} (3)

$\phi' =$ ⌊_____⌋

$\Omega$

215

$\Omega$ = {x|x es un habitante de la República Mexicana}

A = {x|x es un "hombre"} (1)

B = {x|x es una "mujer"} (2)

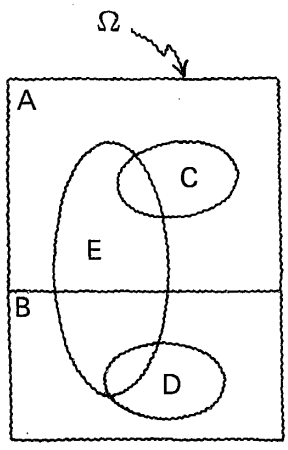
C = {x|x es un hombre casado}

D = {x|x es una mujer mayor de 21 años}

E = {x|x es un individuo que sabe leer y escribir} (3)

⌊_____⌋

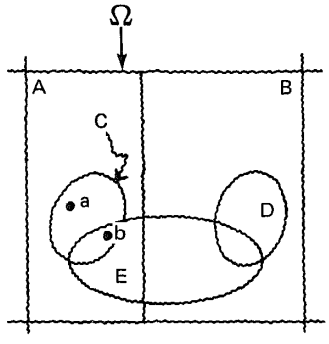
Representar las relaciones entre estos conjuntos por medio de un diagrama de Venn-Euler.




216

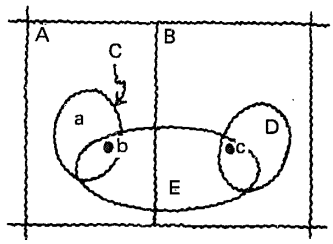
Entonces, podemos decir que

- a es un habitante de b República Mexicana de sexo masculino, casado y analfabeto.



217

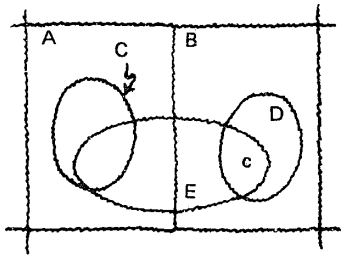
● b es _____




un hombre,
habitante de la República Mexicana, casado y que sabe leer y escribir.

218

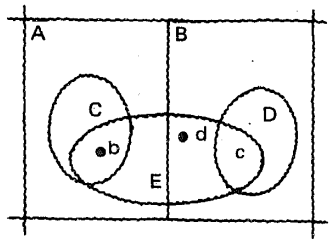
● c es _____




una mujer, habitante de la República Mexicana, mayor de 21 años y que sabe leer y escribir.

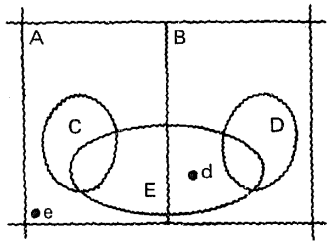
219

● d es _____




una mujer, habitante de la República Mexicana, de 21 años o menor y que sabe leer y escribir.

- e es _____




un hombre, habitante
de la República Mexicana,
no casado y analfabeto.

**1.1.7.1**

Práctica adicional,
si
se considera necesario.

**1.1.7**

En este punto, el alumno debe ser capaz de:

- *aplicar* los conceptos de conjunto universo y complemento a problemas prácticos.

## 1.8

## Cardinalidad de conjuntos

221

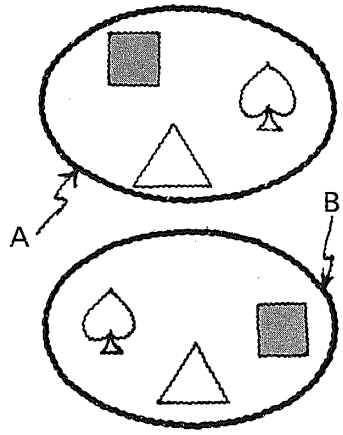
Decimos que

dos conjuntos son **iguales**
**si y sólo si**
tienen los mismos elementos.

Dos conjuntos, A y B, son **iguales**
**si y sólo si**
todos los elementos de A están en B
y todos los elementos de B están en A.

Simbólicamente:

$\mathbf{A = B}$




222

Si

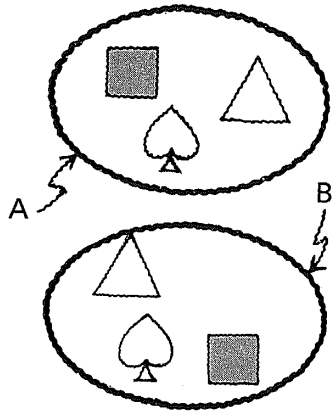
$A \subseteq B$

y

$B \subseteq A$

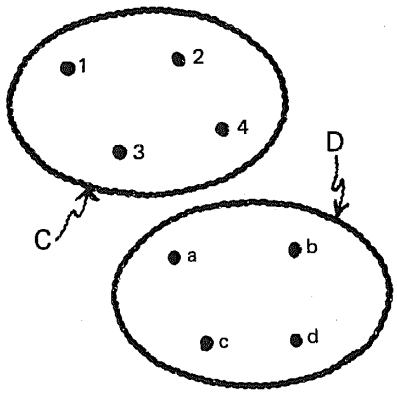
necesariamente

$A = B$



223

Sean los dos conjuntos representados.




C = D V/F

F

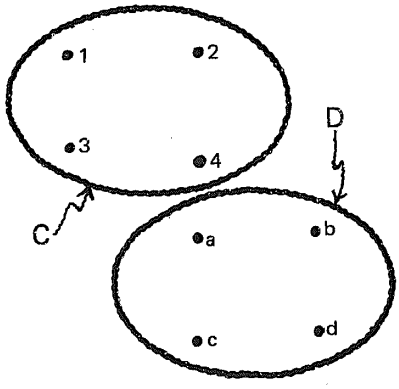
224

Por tener el mismo número de elementos los conjuntos C y D se denominan

**equivalentes**

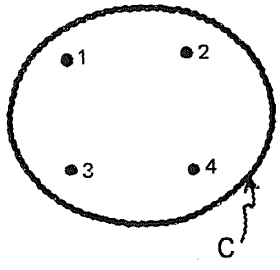
o

**coordinables.**




225

Al **número de elementos** de un conjunto se le llama **cardinalidad.** Decimos, por ejemplo, que la **cardinalidad** del conjunto C es igual a **4.**



226

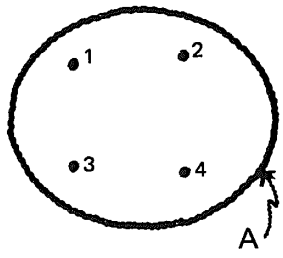
Representación simbólica de la cardinalidad.

La expresión:

$n(A) = 4$

se lee:

"la cardinalidad del conjunto A es igual a 4."




227

$B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

$n(B) =$ _____

10

228

$C = \{x | x \in \mathbb{N} \wedge 2 \leqslant x \leqslant 7\}$

en que $\mathbb{N} = \{x | x \text{ es un número natural}\}$

$n(C) =$ _____

6

puesto que

$C = \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

229

$$D = \{x | x \in \mathbb{N} \wedge x < 0\}$$

en que $\mathbb{N} = \{x | x \text{ es un número natural}\}$

$n(D) =$ [ ]

0

puesto que $D = \phi$

230

En general:

$$n(\phi) = 0$$

231

Entonces podemos decir que:

dos conjuntos que tienen la misma cardinalidad son

**equivalentes o coordinables.**

232

Simbólicamente:

si $n(A) = n(B)$

$A \sim B$

que se lee:

"A es equivalente a B".

**1.1.8**

En este punto, el alumno debe ser capaz de:

- *explicar* los conceptos de cardinalidad y de conjuntos equivalentes o coordinables.

## 1.9

## Temas adicionales de estudio

233

**Cardinalidad de operaciones conjuntistas**

$$n(A') = n(\Omega) - n(A)$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B)$$

$$n(A \oplus B) = n(A) + n(B) - 2n(A \cap B)$$

234

$$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$$

235

**Leyes de Morgan.**

$$\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$$

$$\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}$$

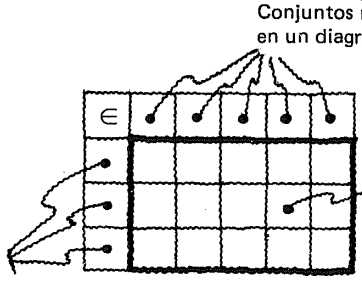
236

**Resumen de las propiedades estudiadas.**

| | |
|---|---|
| $A \cap A = A$ | $\overline{(\bar{A})} = A$ |
| $A \cup A = A$ | $A \cap \Omega = A$ |
| $A \cap \phi = \phi$ | $A \cap \bar{A} = \phi$ |
| $A \cup \phi = A$ | $A \cup \Omega = \Omega$ |
| $A \subseteq A$ | $A \cup \bar{A} = \Omega$ |
| $\Omega' = \phi$ | $\phi' = \Omega$ |

237

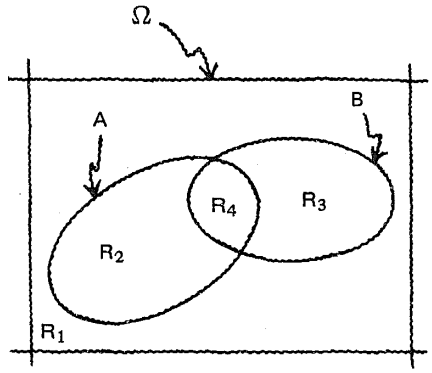
**Tabla de pertenencia.**



238

**Ejemplo de tabla de pertenencia.**

| $\in$ | A | B | A′ | B′ | A ∪ B | A ∩ B | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $R_1$ | $\notin$ | $\notin$ | $\in$ | $\in$ | $\notin$ | $\notin$ | |
| $R_2$ | $\in$ | $\notin$ | $\notin$ | $\in$ | $\in$ | $\notin$ | etc. |
| $R_3$ | $\notin$ | $\in$ | $\in$ | $\notin$ | $\in$ | $\notin$ | |
| $R_4$ | $\in$ | $\in$ | $\notin$ | $\notin$ | $\in$ | $\in$ | |



*Revisión técnica:* *Myriam P. Acuña Monsalve*
*Licenciada en economía,*
*Universidad Nacional*
*Autónoma de México*

*La presentación y disposición en conjunto de*
*CONJUNTOS*
*son propiedad del editor. Ninguna parte de esta obra*
*puede ser reproducida o trasmitida, mediante ningún sistema*
*o método, electrónico o mecánico (incluyendo el fotocopiado,*
*la grabación, o cualquier sistema de recuperación y almacenamiento*
*de información), sin consentimiento por escrito del editor*

*Derechos reservados*
*© 1985, Editorial Trillas, S. A. de C. V.*
*Av. Río Churubusco 385, Col. Pedro María Anaya,*
*Deleg. Benito Juárez, 03340, México, D. F.*

*Miembro de la Cámara Nacional de la*
*Industria Editorial. Reg. núm. 158*

Primera edición, abril 1985
ISBN 968-24-1501-2

*Impreso en México*

*Esta obra se terminó de imprimir*
*el día 12 de abril de 1985,*
*en los talleres de Litográfica Ingramex, S. A.,*
*Centeno núm. 162, loc. 1, Col. Granjas Esmeralda,*
*Deleg. Iztapalapa, 09810, México, D. F.,*
*se encuadernó en Ediciones Pegaso, S. A.,*
*Centeno núm. 162, loc. 4, Col. Granjas Esmeralda,*
*Deleg. Iztapalapa, 09810, México, D. F.,*
*se tiraron*
*3 000 ejemplares, más sobrantes de reposición*

CO ET KC 100